

НЕЛИНЕЙНЫЙ ФИЛЬТР С ПОКАЗАТЕЛЬНЫМИ ВЕСАМИ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ВИДА

В. А. Толстуннов

NONLINEAR FILTER WITH EXPONENTIAL WEIGHTS OF HYPERBOLIC TYPE

V. A. Tolstunov

Предлагается алгоритм усредняющего фильтра, весовые коэффициенты которого зависят от значений входного сигнала и являются показательными функциями гиперболического вида. Приведены результаты цифрового моделирования работы данного фильтра в случае, когда мешающий шум является суммой гауссовских и импульсных помех.

The author proposes the algorithm of the smoothing filter using weight coefficients. These coefficients depend on the input signal and are exponential of hyperbolic type. The results of digital modeling of the given filter are shown, when disturbing noise is a sum of the normal and pulsed components.

Ключевые слова: фильтр, мешающий шум, погрешность фильтрации, цифровое моделирование.

Keywords: filter, disturbing noise, inaccuracy of filtering, digital modeling.

Цифровые фильтры взвешенного усреднения нашли широкое применение при решении ряда практических задач [1–3]. Как правило, весовые множители этих фильтров являются константами, которые образуют фильтрующую маску, и значения этих констант зависят от их положения в маске.

В настоящей работе рассматривается усредняющий фильтр, весовые коэффициенты которого зависят от значений отсчетов входного сигнала и не зависят от их положения в апертуре [4].

Пусть на вход фильтра с длиной апертюры m поступают дискретные сигналы $x_i = s_i + n_i$, $i = 1, 2, \dots$, где $s_i = s(t_i)$ – отсчеты полезного детерминированного сигнала, $n_i = n(t_i)$ – отсчеты мешающего шума. Будем полагать, что в пределах апертюры фильтра отсчеты полезного сигнала практически одинаковы. Тогда $x_i = s_k + n_i$, $i = (k - \frac{m-1}{2}, \dots, k, \dots, k + \frac{m-1}{2})$. По значениям входного сигнала $(x_{k-m/2}, \dots, x_k, \dots, x_{k+m/2})$ будем определять значение выхода фильтра y_k , соответствующего отсчету x_k .

В качестве выхода сглаживающего фильтра возьмем среднее значение отсчетов x_i , с весовыми множителями $f(x_i)$, то есть

$$y_k = \frac{\sum_{i=k-(m-1)/2}^{k+(m-1)/2} x_i f(x_i)}{\sum_{i=k-(m-1)/2}^{k+(m-1)/2} f(x_i)}. \quad (1)$$

Веса $f(x)$ выберем таким образом, чтобы слабые в числителе (1) имели относительно близкие значения. Положим, в частности

$$f(x) = \alpha^{-1/x}, \quad \alpha = \text{const} > 0.$$

Тогда из (1)

$$y_k = \frac{\sum_{i=k-(m-1)/2}^{k+(m-1)/2} x_i \alpha^{-1/x_i}}{\sum_{i=k-(m-1)/2}^{k+(m-1)/2} \alpha^{-1/x_i}}. \quad (2)$$

Рассмотрим свойства фильтра (2) в случае, когда $x_i = s_i + \xi_i + \eta_i$, где s_i – значение полезного сигнала, ξ_i – значение гауссовского шума, η_i – значение импульсного шума. Будем полагать, что гауссовский шум имеет нулевое математическое ожидание и дисперсию, равную σ^2 . Импульсный шум может принимать значения $-A, 0, A > 0$ с вероятностями

$$p(\eta_i = A) = p, \quad p(\eta_i = -A) = q,$$

$$p(\eta_i = 0) = 1 - p - q.$$

Фильтр (2) был промоделирован численно. В качестве полезного сигнала был выбран прямоугольный импульс с высотой ступеньки 20. Результат фильтрации характеризовался погрешностью

$$R = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |s_i - y_i|, \quad (3)$$

где N – число отсчетов сигнала.

На рисунке 1 показана зависимость погрешности R при удалении импульсного шума

$$(m = 3, A = 30, p = 0.4, \sigma = 0)$$

от величины параметра α . Кривая (1) показывает зашумление сигнала согласно (4).

$$R_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |S_i - x_i|. \quad (4)$$

Кривая (2) показывает погрешность (3) для алгоритма (2). Как следует из данного рисунка, лучшие результаты фильтрации достигаются при $\alpha \ll 1$.

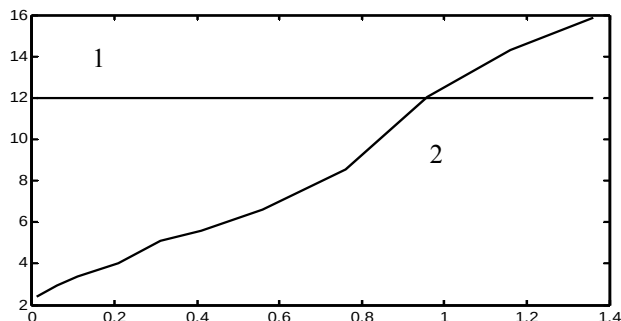


Рис. 1. Зависимость погрешности от параметра α

На рисунке 2 показана погрешность R при удалении импульсного шума от величины вероятности его появления p . Параметры моделирования:

$$A = 30, \sigma = 0, m = 3, \alpha = 0.001.$$

Кривая (1) показывает зашумление сигнала, рассчитываемое по формуле (4). Кривая (3) показывает погрешность фильтра (2). Для сравнения, кривая (2) показывает погрешность классического медианного фильтра [1, с. 349]. Из рисунка 2 видно, что, по сравнению с медианным фильтром, погрешность исследуемого фильтра (2) существенно меньше зависит от вероятности появления импульсного шума.

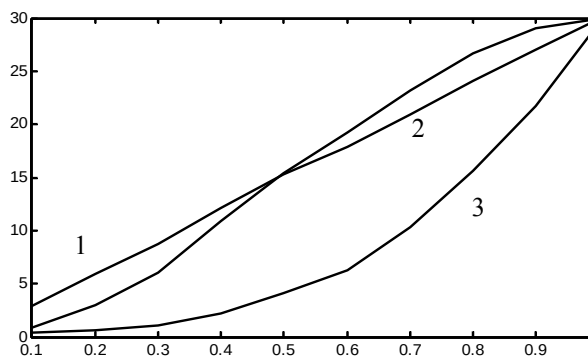


Рис. 2. Зависимость погрешности от вероятности p

На рисунке 3 показана зависимость погрешности R от амплитуды A импульсного шума. Параметры моделирования: $m = 3, p = 0.4, \sigma = 0, \alpha = 0.001$.

Кривая (1) показывает зашумление сигнала, кривая (2) показывает погрешность медианного фильтра, кривая (3) соответствует погрешности фильтра (2). Из рисунка видно, что, по сравнению с медианным фильтром, погрешность исследуемого фильтра также существенно меньше зависит от амплитуды импульсного шума.

На рис. 4 показана зависимость погрешности R от параметра σ гауссовского шума. Параметры модели-

рования: $m = 3, p = q = 0, \alpha = 1$. Кривая (1) показывает зашумление сигнала, кривая (2) показывает погрешность медианного фильтра, кривая (3) соответствует погрешности фильтра (2).

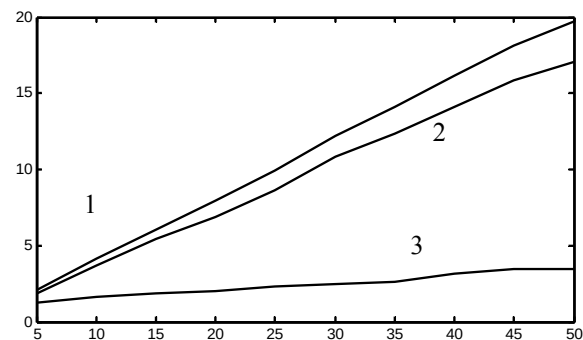


Рис. 3. Зависимость погрешности от амплитуды A

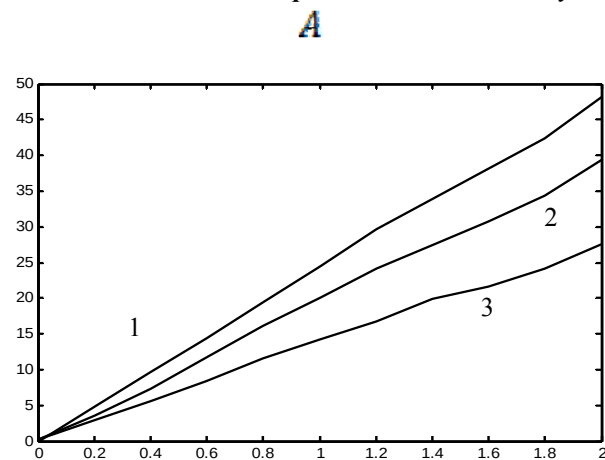


Рис. 4. Зависимость погрешности от параметра σ

На рисунке 5 показаны:

a – зашумленный полезный сигнал

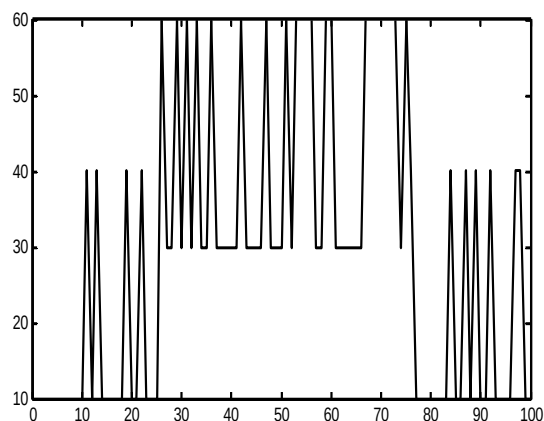
($A = 30, p = 0.4, q = 0, \sigma = 0, R_0 = 9.9$),

b – выход классического медианного фильтра ($m = 3, R = 6.7$),

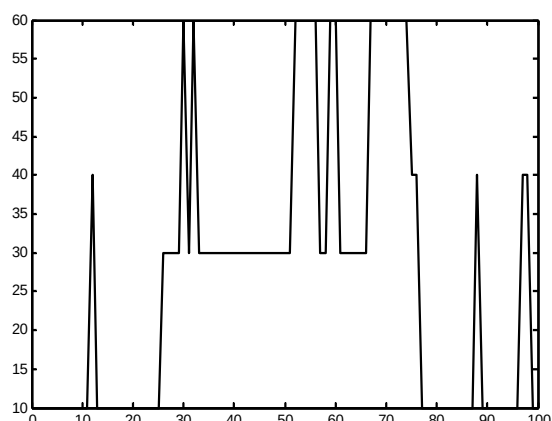
$в$ – выход исследуемого фильтра (2)

($m = 3, \alpha = 0.001, R = 2.31$).

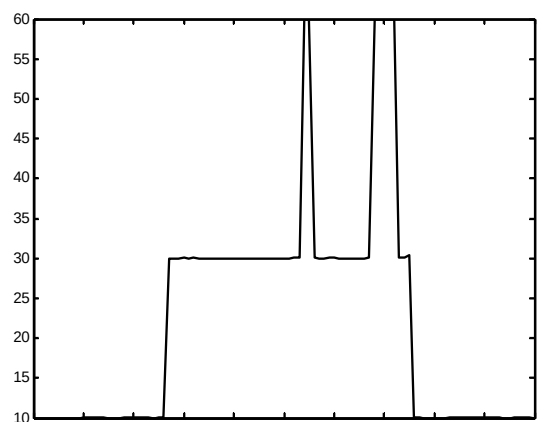
Как видно из приведенных результатов, фильтр (2) существенно лучше медианного фильтра удаляет неотрицательный импульсный шум. Исследования показали также, что фильтр (2) лучше медианного удаляет и отрицательный импульсный шум, но при этом следует использовать параметр $\alpha \gg 1$.



5а



5б



5в

Рис. 5. Результаты удаления неопределенного импульсного шума

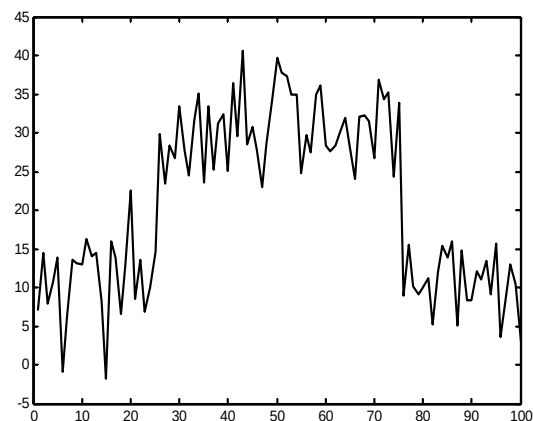
На рисунке 6 показаны:

а – полезный сигнал с наложенным гауссовским шумом ($p = 0, q = 0, \sigma = 1,5, R_0 = 3.74$),

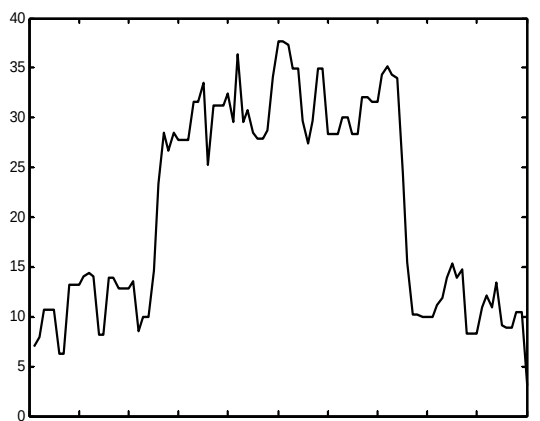
б – выход классического медианного фильтра ($m = 3, R = 2.58$),

в – выход исследуемого фильтра (2) ($m = 3, \alpha = 1, R = 2.28$).

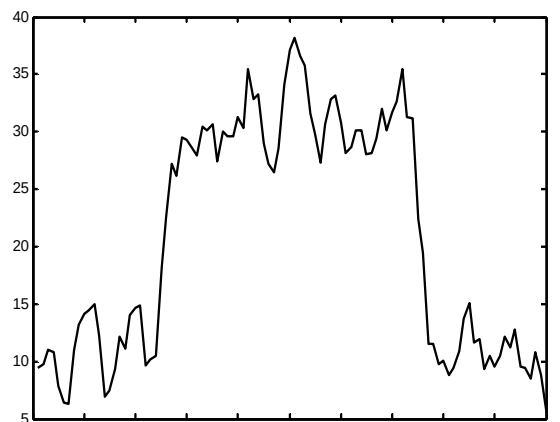
Как и следовало ожидать, медианный фильтр и фильтр (2) удаляют гауссовский шум практически одинаково.



6а



6б



6в

Рис. 6. Результаты удаления гауссовского шума

Фильтр (2) легко обобщается для обработки изображений. Если в этом случае размер апертуры равен $m \times n$, то

$$y_{kl} = \frac{\sum_{i=k-(m-1)/2}^{k+(m-1)/2} \sum_{j=l-(n-1)/2}^{l+(n-1)/2} \alpha^{-1/x_{ij}} x_{ij}}{\sum_{i=k-(m-1)/2}^{k+(m-1)/2} \sum_{j=l-(n-1)/2}^{l+(n-1)/2} \alpha^{-1/x_{ij}}} \quad (5)$$

Фильтр (5) был промоделирован численно. Результат фильтрации оценивался погрешностью:

$$R = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |S_{ij} - y_{ij}|,$$

где N^2 – размер изображения. Результат зашумления характеризовался величиной

$$R_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |S_{ij} - x_{ij}|.$$



7a



7б

Рис. 7. Исходное и зашумленное изображения



8a



8б

Рис. 8. Результат удаления шума

На рисунке 9 показаны: *a* – исходное изображение с наложенным отрицательным импульсным шумом

($A = 100, p = 0, q = 0.4, R_0 = 0.1519$),

б – выход медианного фильтра

($m = n = 3, R = 0.041$),

в – выход фильтра (5)

($m = n = 3, \alpha = 0.001, R = 0.0238$).

При этом, при использовании алгоритма (5) значения x_{ij} из $[0,1]$ обращались преобразованием

$x_{ij} = 1 - x_{ij}$. Обработанное изображение возвращалось затем к исходному представлению преобразованием $y_{ij} = 1 - y_{ij}$. Как видно из приведенных результатов, фильтр (5) существенно лучше медианного убрал отрицательный импульсный шум.

Таким образом, проведенные исследования нелинейного фильтра (2) показали, что он достаточно хорошо удаляет аддитивные гауссовский шум и импульсный шум большой амплитуды и высокой интенсивности.



a



б



в

Рис. 9. Результат удаления отрицательного шума

Литература

1. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. М.: Техносфера, 2005. 1072 с.
2. Грузман И. С., Киричук В. С., Косых В. П., Перетягин Г. И., Спектор А. А. Цифровая обработка изображений в информационных системах: учебное пособие. Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2000. 168 с.
3. Толстунов В. А. Нелинейная фильтрация на основе степенного преобразования // Доклады ТУСУРа. 2012. № 1(25). Ч. 1. С. 71 – 75.
4. Толстунов В. А., Шлындова Ю. В. Нелинейный сглаживающий фильтр с гиперболическими весовыми множителями // Вестник КемГУ. 2013. № 4(56). Т. 2. С. 70 – 74.

Информация об авторе:

Толстунов Владимир Андреевич – кандидат технических наук, доцент кафедры автоматизации исследований и технической кибернетики КемГУ, vat@bk.ru.

Vladimir A. Tolstunov – Candidate of Technical Sciences, Assistant Professor at the Department of Investigations Automation and Engineering Cybernetics, Kemerovo State University.

Статья поступила в редколлегию 22.12.2014 г.