

УДК 519.63: 519.652

**АНАЛИЗ ПОМЕХ ОТРАЖЕНИЯ
В НЕОДНОРОДНЫХ МНОГОПРОВОДНЫХ ЛИНИЯХ ПЕРЕДАЧИ****С. Н. Трофимов**

В настоящей работе рассматривается анализ помех отражения в неоднородных многопроводных линиях передачи во временной области. Анализ проводится с помощью TVD-схемы метода Годунова. Проведено сравнение результатов численного моделирования с результатами других авторов и экспериментом. Результаты численного моделирования представлены в виде графиков для напряжений в сигнальной и пассивной линиях.

The work considers analysis of reflection disturbance in nonuniform multiwire transmission lines in the time domain. The analysis is carried out using the TVD-scheme of the Godunov method. The results of numerical simulation are compared with other authors' results and the experiment. The results of numerical simulation are represented as diagrams for the signal and passive lines.

Ключевые слова: линия передачи, метод Годунова, TVD-схема.

Введение

Появление цифровых технологий стало причиной возобновления интереса к анализу линий передачи для проектирования современных электронных устройств. Из публикаций последних лет выделяется ряд исследований по разработке методов анализа отклика и вычисления параметров линий передач самой различной сложности, проводимых группами исследователей под руководством М. S. Nakhla, A. R. Djordjevic, F.-Y. Chang, R. F. Harrington, T. K. Sarkar, K. Tripathi.

Основной тенденцией развития высокоскоростной радиоэлектронной аппаратуры (РЭА) является повышение скорости обработки информации. С повышением быстродействия РЭА появляются новые проблемы, связанные с переходом в наносекундный диапазон работы устройств и обусловленные искажением сигналов в линиях передачи. Распространение сигнала вдоль многопроводных линий передач, когда полное сопротивление нагрузки не равно волновому сопротивлению линии передачи (несогласованные линии), играет значительную роль в современных технологиях обработки и передачи сигналов. Скоростные аналоговые и цифровые цепи любого уровня интеграции предлагают широкий выбор примеров простых и многопроводных, однородных и неоднородных линий передачи, присоединенных к устройствам с различными входными характеристиками. Понижение времени установления уровня амплитуды сигнала подчеркивает важность эффектов распространения и искажения сигналов вследствие воздействия паразитных эффектов. Поэтому важной задачей исследований является анализ временного отклика в несогласованных линиях передачи, искажение сигнала в которых может привести к некорректному поведению радиоэлектронного оборудования. Для анализа распространения сигнала в линиях передачи разработаны различные численные и аналитические методы, также широкое распространение получили средства визуального электродинамического и квазистатического моделирования. При этом для всех вариантов анализа исходным этапом является формулировка системы телеграфных уравнений, задание начальных и граничных условий, а также описание матриц параметров линий передачи.

В настоящей работе рассматриваются задачи расчета временного отклика в многопроводных линиях передачи. Предлагаемый алгоритм основан на методе Годунова, который широко используется для решения задач газовой динамики, теории мелкой воды и в других областях. Поскольку метод Годунова основывается на законах сохранения материи и энергии, этот подход является наиболее обоснованным с физической точки зрения.

1. Постановка задачи**Физическая постановка задачи**

Наиболее общий подход при расчете временных характеристик любой электромагнитной системы основан на решении уравнений Максвелла во временной области, при этом можно учесть все эффекты геометрии системы и электрические свойства. Однако такой подход довольно сложен даже для простейших структур и очень трудноосуществим даже на высокопроизводительных ЭВМ. Поэтому обычно прибегают к определенным допущениям. Пусть выполняются следующие условия:

- многопроводная линия считается однородной по ее длине, а на концах она нагружена произвольными цепями. Если вдоль линии имеются неоднородности, то ее можно разбить на ряд однородных участков. Влияние неоднородностей учитывается через соответствующие эквивалентные цепи;
- геометрические размеры структуры в поперечном сечении малы по сравнению с длиной волны сигнала, проходящей по ней;
- длина линии намного превышает расстояние между ее проводниками.

С учетом этих допущений многопроводную линию передач можно описать системой дифференциальных уравнений в частных производных (обобщенные телеграфные уравнения), которые могут быть получены разными путями [1 – 3]:

- выводятся из уравнений Максвелла;
- записываются как следствие теоремы взаимности электротехнических цепей;
- получаются из законов Кирхгофа предельным переходом от уравнений цепи с сосредоточенными параметрами к уравнениям для структуры с распределенными параметрами.

Отметим, что особую проблему при анализе многопроводных линий передачи представляет учет нагружающей цепи. Если линия передачи не имеет потерь, и нагрузка линии представляет собой произвольную цепь, то решение может быть получено исключительно во временной области. С учетом этих допущений многопроводная линия передачи описывается системой дифференциальных уравнений в частных производных во временной области.

Математическая постановка задачи

Рассмотрим линию передачи, состоящую в общей сложности из $N+1$ проводников. Предположим, что N проводников являются сигнальными, а проводник с номером $N+1$ представляет собой земляной (опорный) проводник. Также предположим, что земля имеет нулевой потенциал и линия по длине однородна. Обозначим через $u_k(x, t)$ – напряжение между k -м сигнальным проводником и землей на расстоянии x от генераторного конца в момент времени t , через i – ток, протекающий по k -му проводнику на расстоянии x от генераторного конца в момент времени t . Пусть ось x направлена вдоль линии, причем точка $x=0$ соответствует положению генератора, а $x=l$ – положению нагрузки. Тогда, согласно теории цепей, напряжения и токи линии передачи при распространении ТЕМ-волн связаны телеграфными уравнениями [1]:

$$\begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial x} U(x, t) &= R \cdot I(x, t) + L \cdot \frac{\partial}{\partial t} I(x, t), \\ -\frac{\partial}{\partial x} I(x, t) &= G \cdot U(x, t) + C \cdot \frac{\partial}{\partial t} U(x, t), \end{aligned} \quad (1)$$

где матрицы $N \times N$ погонных параметров: R – сопротивлений, L – индуктивностей, G – проводимостей и C – емкостей.

Решение телеграфных уравнений определяется как свойствами проводника, так и начальными и граничными условиями на его концах. Граничные условия для системы (1) имеют вид:

$$\begin{aligned} u(0, t) &= E_0(t) - R_g \cdot i(0, t), \\ u(l, t) &= E_l(t) + R_n \cdot i(l, t), \end{aligned} \quad (2)$$

где $E_0(t)$ и $E_l(t)$ – векторы напряжений холостого хода соответственно генераторной и нагружающей цепей, R_g – матрица сопротивлений генераторной цепи, R_n – матрица сопротивлений нагружающей цепи.

Полагаем, что в начальный момент ($t=0$) в линии отсутствуют напряжение и токи. Начальные условия в этом случае записываются в виде:

$$\begin{aligned} u(x, 0) &= 0, \quad x \in (0, l) \\ i(x, 0) &= 0, \quad x \in (0, l). \end{aligned} \quad (3)$$

Неоднородная линия передачи, у которой вдоль некоторой выбранной пространственной координаты x изменяются характерные размеры области поперечного (по отношению к оси Ox) сечения или (и) диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, заполняющей линию, представляется каскад-

ным соединением однородных линий передачи с различными, но постоянными в пределах каждого сегмента, волновыми сопротивлениями. В результате получают многосегментную линию передачи с собственными характеристиками каждого однородного сегмента.

2. Численный метод

Поскольку переходные процессы в проводных структурах описываются системой гиперболических уравнений, то для анализа временного отклика в несогласованной линии может быть использован метод Годунова. В основе метода лежит идея использования точных решений уравнений с кусочно-постоянными начальными данными для построения разностной схемы [4]. Для многопроводной линии без потерь ($R=0, G=0$) систему (1) можно записать в виде:

$$A \frac{\partial}{\partial t} U + B \frac{\partial}{\partial x} U = 0, \quad (4)$$

где A и B матрицы соответствующих коэффициентов при напряжениях и токах, U – вектор столбец напряжений и токов. Система (4) может быть переписана в виде:

$$\Lambda^T A \Lambda \frac{\partial}{\partial t} U + \Lambda^T B \Lambda \frac{\partial}{\partial x} U = 0,$$

где Λ^T – транспонированная матрица Λ [8]. Поскольку A и B симметрические матрицы, причем матрица A – положительно определенная, то систему (4) можно привести к каноническому виду с диагональной матрицей M :

$$\frac{\partial}{\partial t} V + M \frac{\partial}{\partial x} V = 0, \quad (5)$$

где вектор-функция $V = \Lambda^{-1} U$. Данная система распадается на m независимых уравнений для отдельных компонент $v^{(m)}$:

$$\frac{\partial v^{(m)}}{\partial t} + \mu_m \frac{\partial v^{(m)}}{\partial x} = 0.$$

Компоненты $v^{(m)}$ носят название римановых инвариантов и сохраняют постоянные значения вдоль характеристик $dx/dt = \mu_m$.

Схема, предложенная в работе [4], имеет первый порядок точности по времени и по пространству. Для повышения качества получаемых численных решений необходимо построить схему более высокого порядка точности. В данной работе строится TVD (Total Variation Diminution) – схема метода Годунова [5].

Значения функции $f(x)$ на гранях вычислительных ячеек определяются с помощью реконструкции по усредненным значениям в их центрах. Для этого задается процедура реконструкции:

$$f(x) = f_m + \alpha_m x, \quad x \in \left[-\frac{1}{2} \Delta x, \frac{1}{2} \Delta x \right].$$

Задачей наклонов α_m кусочно-линейного или кусочно-полиномиального распределения функции $f(x)$ внутри дискретной ячейки является ограниче-

ние роста осцилляций там, где это угрожает устойчивости схемы. TVD-схемы вместо условия сохранения монотонности уменьшают или сохраняют полную вариацию функции. Такое условие невозможности вариации численного решения, или TVD-принцип, является более слабым, чем требование монотонности схемы.

Построение схемы высокого порядка точности осуществляется путем сочетания использования кусочно-линейной аппроксимации величин внутри ячеек с различными алгоритмами пересчета по времени. Используется двухшаговый пересчет – предиктор-корректор.

Предиктор: первый шаг. Предполагается, что внутри дискретных ячеек для всех значений сеточных функций заданы кусочно-линейные распределения вида:

$$v(t^k, x) = v_j^k + \alpha_j^k (x - x_j),$$

$$x \in \left[x_j - \frac{1}{2} \Delta x, x_j + \frac{1}{2} \Delta x \right],$$

где x_j – пространственная координата центра ячейки с номером j , а α_j^k – вектор наклонов распределения функции V внутри ячейки.

Уравнение для учета изменения V по времени в центре ячейки имеет вид:

$$\frac{\hat{v}_j^{k+1} - v_j^k}{\Delta t} + \frac{F(V_j^k + \frac{1}{2} \Delta x \cdot \alpha_j^k) - F(V_j^k - \frac{1}{2} \Delta x \cdot \alpha_j^k)}{\Delta x} = 0.$$

Предиктор: второй шаг. Значение функции v на промежуточном слое по времени $t + \frac{1}{2} \Delta t$ вычисляется по формуле:

$$v_j^{k+\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (\hat{v}_j^{k+1} + v_j^k).$$

Корректор. На данном шаге применяется схема (3):

$$\frac{v_j^{k+1} - v_j^k}{\tau} + \mu \frac{V_{j+\frac{1}{2}} - V_{j-\frac{1}{2}}}{h} = 0,$$

где все значения $V_{j+\frac{1}{2}}$ определяются решением задачи Римана с кусочно-постоянными начальными данными:

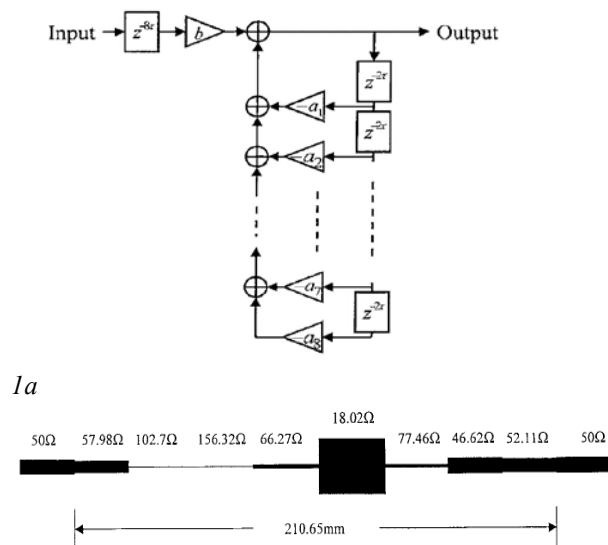
$$\begin{cases} V_j^{k+\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \Delta x \alpha_j^k, & \mu < 0, \\ V_{j+\frac{1}{2}}^{k+\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \Delta x \alpha_{j+1}^k, & \mu > 0. \end{cases}$$

Существует несколько способов вычисления наклонов α_m в дискретной ячейке с номером m для сеточной функции V . Величины наклонов α_m модифицируются ограничителями ψ_m , которые являются некоторыми функциями, задающими и одновременно ограничивающими наклоны α_m на основе анализа значений u_m или конечных разностей $u_{m+1} - u_m$. В данной работе применяется ограничитель superbee [5].

3. Численные результаты

Пример 1. Рассмотрим неоднородную линию передачи (рис. 1а) из работы [6].

Дано: объект в виде неоднородной линии передачи (параметры линии представлены на рис. 1б). В линию подается импульс (рис. 2а).



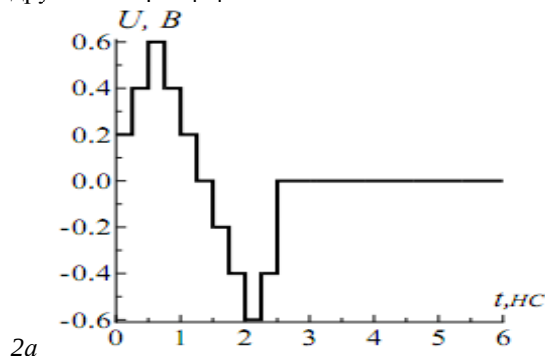
1б

Рис. 1. а - AR-процессор; б - 8-ми секционная эквивалентная AR-процессору линия передачи

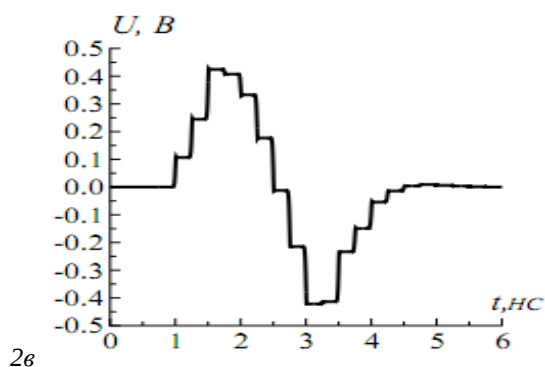
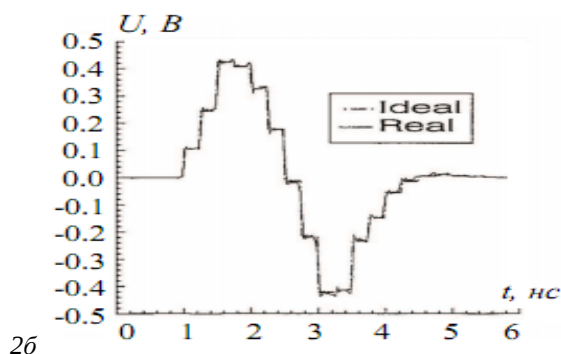
Требуется: найти значения напряжения в конце эквивалентной многосекционной структуры, получить форму сигнала на приемнике и сравнить полученные результаты с результатами из работы [6].

На рис. 2б представлена форма сигнала на приемнике 8-ми секционной эквивалентной AR-процессору линии передачи, полученная с помощью измерений (Real) и численного моделирования (Ideal) [6].

Во время прохождения сигнала по линии, при переходе из одной секции в другую, он претерпевает изменения из-за несогласованности секций между собой (различные волновые сопротивления). Форма сигнала на приемнике (рис. 2в), полученная в результате численного моделирования прохождения сигнала в 8-ми секционной линии передачи, практически неотличима от опубликованных результатов других авторов [6].



2а



	Отрезок 1	Отрезок 2
L	494.6 нГн/м	750 нГн/м
C	62.8 пФ/м	133 пФ/м
$R_1 = 50 \text{ Ом}, R_2 = \infty \text{ Ом}$		

Рис. 3. Исследуемая структура из двух последовательно соединенных отрезков

Первый отрезок – кабель РК-50-2-21 длиной 22 м, второй – кабель RG-6U длиной 5 м. В линию подается тестовый сигнал "Видеоимпульс" (амплитуда – 1 В, длительность – 0.1 мкс) и "Хевисайда-функция" (амплитуда – 1 В) [7]. Линия разомкнута на конце (параметры линии представлены в таблице).

Требуется: провести сравнение с полученными экспериментальными данными и оценить погрешность моделирования.

Проведем сравнение с результатами экспериментальных измерений тестовых структур.

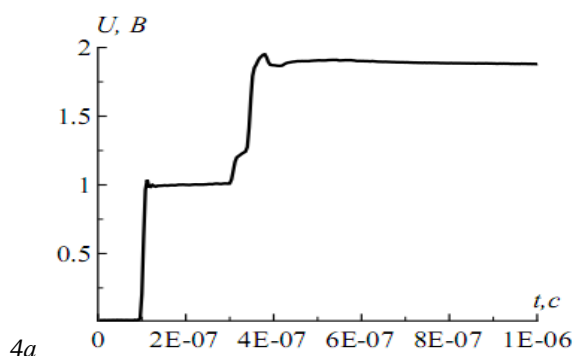


Рис. 2. а – форма сигнала на входе эквивалентной AR-процессору линии передачи; б – значение напряжения на конце эквивалентной AR-процессору линии передачи [6]; в – результат, полученный автором статьи

Пример 2. Сравнение с экспериментальными данными.

Дано: объект в виде двух последовательно соединенных линий передачи (рис. 3) и экспериментальные данные, полученные в лаборатории с помощью программного обеспечения "ИмпульсМ" для векторного измерителя характеристик цепей P4-И-01 [11].

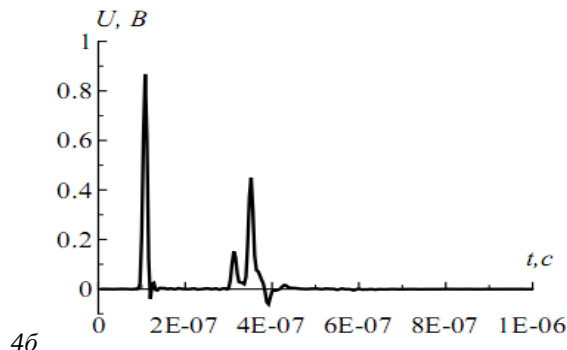


Рис. 4. Форма напряжения в начале линии (экспериментальные данные)

На рис. 4 представлены результаты экспериментальных измерений напряжения в начале исследуемой структуры: рис. 4а – на вход линии подается сигнал "Хевисайда-функция", рис. 4б – на вход линии подается сигнал "Видеоимпульс".

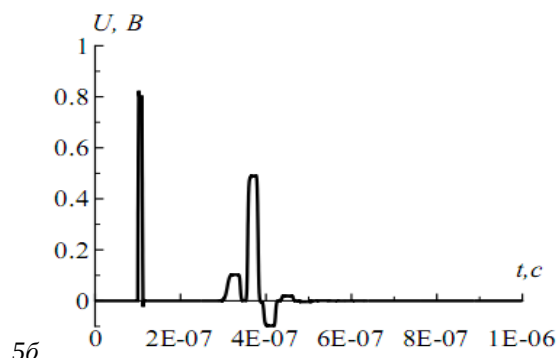
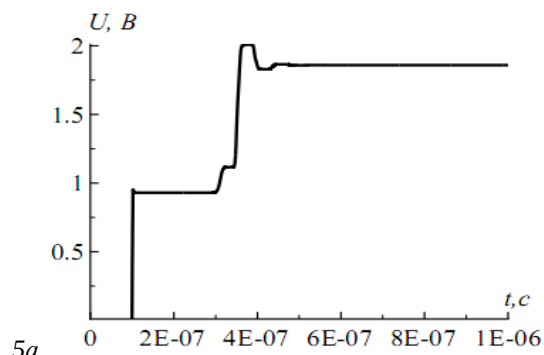


Рис. 5. Форма напряжения в начале линии (результат численного моделирования)

На рис. 5 представлена форма напряжения в начале линии при подаче в линию сигнала "Хевисайда-функция" (рис. 5а) и "Видеоимпульс" (рис. 5б). Из рисунков видны хорошие совпадения форм сигнала и пиковых значений напряжений. Имеется хорошее качественное совпадение с экспериментальными данными, а небольшие отличия вызваны тем, что характеристики кабеля имеют допустимые отклонения (ГОСТ 11326.35-79, волновое сопротивление 50 ± 4 Ом). Погрешность моделирования относительно эксперимента находится в диапазоне 3 % – 8 %.

Пример 3. Экспоненциальная линия передачи

Дано: объект в виде неоднородной (экспоненциальной) линии передачи, описанной в работе [8]. Параметры линии: $l = 1$ м, $L^0 = 1$ Гн/м, $C^0 = 1$ Ф/м. Индуктивность и емкость изменяются по следующему закону: $L(x) = L^0 e^{\sigma x}$, $C(x) = C^0 e^{-\sigma x}$, $\sigma = \ln 4$. В линию подается колоколообразный импульс:

$$e = \exp \left\{ -\frac{(t - T_s)^2}{2\Delta_s^2} \right\}, \quad T_s = 2 \text{ с}, \quad \Delta_s = 0.2.$$

Требуется: найти значения напряжения на выводах линии и сравнить полученные результаты с результатами из работы [8].

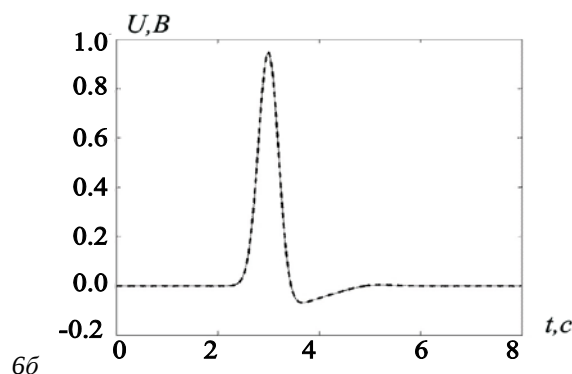
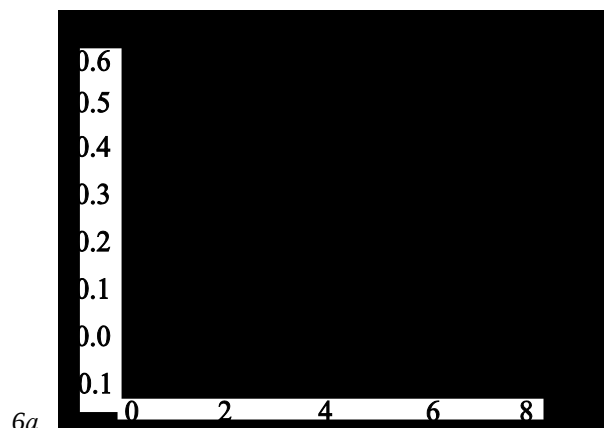


Рис. 6. Изменение напряжения в согласованной экспоненциальной линии

На рис. 6 приведена форма напряжения в начале (рис. 6а) и в конце экспоненциальной линии (рис. 6б) из работы [8].

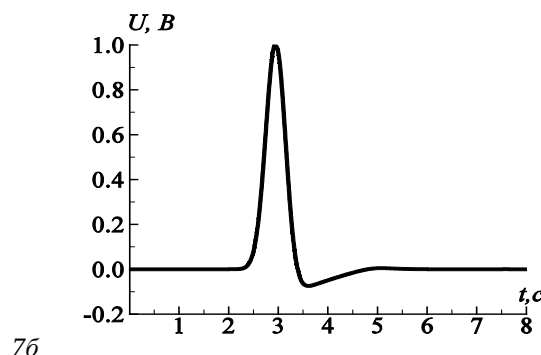
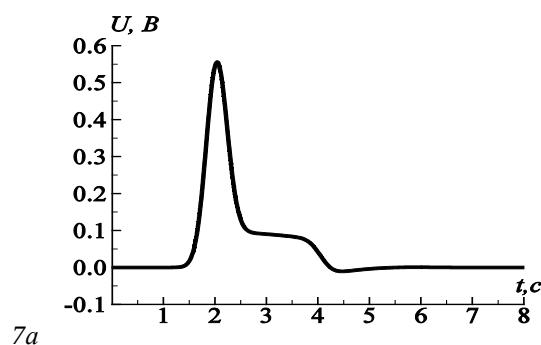


Рис. 7. Изменение напряжения в согласованной экспоненциальной линии

Несмотря на то, что линия передачи согласована и в источнике, и в нагрузке, в ней возникают отра-

женные волны на всей длине проводника вследствие ее неоднородности по поперечному сечению. Полученные результаты это подтверждают – формы напряжений в начале (рис. 7а) и в конце (рис. 7б) экспоненциальной линии.

Заключение

Разработан алгоритм для численного моделирования многопроводных линий передачи с нелинейными нагружающими элементами. Получены результаты расчетов временного отклика на нескольких модельных задачах. Проведено сравнение с экспериментальными данными и опубликованными результатами других авторов. По итогам сравнительных экспериментов показано совпадение результатов численного моделирования с расчетами других авторов [6, 8] и экспериментальными данными. Погрешность моделирования относительно эксперимента находится в диапазоне 3 % – 8 %. К преимуществу представленного подхода можно отнести то, что возможно вычисление отклика и перекрестных помех в каждой узлеоконечной и соединительной цепи, а не только в концевых точках. На основании полученных результатов можно сделать вывод о работоспособности алгоритма и возможности его применения в задачах анализа помех отражения и перекрестных наводок в неоднородных многопроводных линиях передачи сигналов.

Литература

1. Смирнов, В. И. Курс высшей математики / В. И. Смирнов. – М.: Наука, 1974. – Т. 2. – 656 с.

2. Малютин, Н. Д. Многосвязные полосковые структуры и устройства на их основе / Н. Д. Малютин. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1990. – 164 с.

3. Теоретические основы электротехники. В 3-х т.: учебник для вузов. Том 2. – 4-е изд. / К. С. Демирчян, Л. Р. Нейман, Н. В. Коровкин, В. Л. Чечурин. – СПб.: Питер, 2006. – 576 с.

4. Численное решение многомерных задач газовой динамики / под ред. С. К. Годунова. – М.: Наука, 1976. – 374 с.

5. Куликовский, А. Г. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений / А. Г. Куликовский, Н. В. Погорелов, А. Ю. Семенов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 608 с.

6. Pan, T.-W. Modified Transmission and Reflection Coefficients of Nonuniform Transmission Lines and Their Applications / T.-W. Pan, C.-W. Hsue // IEEE Transactions on microwave theory and techniques. – 1998. – Vol. 46. – №. 12. – P. 2092 – 2097.

7. Лоцилов, А. Г. Цифровой измерительный комплекс для измерения частотных и импульсных характеристик четырехполюсников / А. Г. Лоцилов, Э. В. Семенов, Н. Д. Малютин // Известия Томского политехнического университета. – 2006. – Т. 309. – №. 8. – С. 37 – 41.

8. Grivet-Talocia, S. Weak solution of the non-uniform multiconductor transmission lines / S. Grivet-Talocia, F. Canavero // Electromagnetic Compatibility. – 1998. – Vol. 2. – P. 964 – 968.

Научный руководитель-рецензент – К. Е. Афанасьев – д-р физ.-мат. наук, профессор, ГОУ ВПО «Кемеровский государственный университет».