УДК 378.016 [534+535+537]

ОТ ВОЛН НА СТРУНЕ ДО ВОЛН ДЕ БРОЙЛЯ Ю. И. Кызыласов

FROM THE WAVES OF THE STRING TO DE BROGLIE'S WAVES Yu. I. Kyzylasov

В статье рассмотрена методика изучения стоячих волн различной природы, обеспечивающая наглядность и преемственность в обучении физике.

The article if devoted to the method of studying stationary waves of different nature, which provides visualization and continuity in the teaching of physics.

Ключевые слова: стоячие волны, волны де Бройля, струна, моды, волновая функция.

Keywords: stationary waves, string, Schrödinger equation, frequency, wave-length.

В решении X Международной учебно-методической конференции «Современный физический практикум» [12] было рекомендовано:

- кафедрам физики естественных факультетов университетов предварять практикум пропедевтическими лекциями и занятиями, так как отсутствие вступительных экзаменов по физике привело к тому, что большинство студентов нефизических специальностей имеет уровень знаний по физике, не соответствующий требованиям вузов;
- укрепить взаимодействие школ и вузов по созданию центров коллективного пользования коллекциями лабораторных и демонстрационных опытов по физике.

Последняя рекомендация нами уже практически реализована, и она касается раздела «Оптика». Именно этот раздел курса общей физики в КемГУ обеспечен большим набором лекционных демонстраций, дополнительными опытами в лаборатории специального оптического практикума и задачами физического практикума по курсу [5].

Созданная экспериментальная база является опорной для проведения регулярных занятий и экскурсий не только для школьников, но и для учителей физики Кузбасса по линии повышения их квалификации и переподготовки [6].

В данной же статье мы намерены обратить внимание на задачу, хорошо известную физикам, являющуюся «сквозной» по курсу физики от механики классической до квантовой.

В учебнике для общеобразовательных учебных заведений «Физика» 10 кл. В. А. Касьянова [3], изданном в 2003 году с учетом современных научных представлений, пожалуй, как ни в каком другом учебном пособии достаточно полно разработан методический аппарат раздела «Механические и звуковые волны». В нем, в частности, подробно рассмотрен случай отражения поперечной волны в шнуре, дошедшей до точки его закрепления, и показано, что форма отраженной волны зависит от того, как это закрепление осуществлено. Показано также, что суммарное поперечное отклонение, вызванное падающей и отраженной волной, может образовывать стоячую волну (см. § 72, с. 334 – 339). К сожалению, автор ограничивается замечанием, что «рас-

смотренные нами собственные колебания струн характерны для струнных музыкальных инструментов, а колебания в ограниченном объеме газа для духовых инструментов». Таким образом, в школьном курсе физики, будущие студенты естественных и технических факультетов высшей школы, иногда получают очень важную информацию для успешного усвоения и понимания указанных особенностей волновых процессов. Учитывая важность таких процессов в современной физике, биологии и химии, мы предлагаем следующую схему изложения по теме «Стоячие волны», определяющую наиболее эффективное ее усвоение на различных этапах обучения студентов.

Первый этап — раздел «Механика». Дидактическое обеспечение этапа [7]: демонстрация бегущих волн на воде, видеофильм «Звук», волновая машина, видеофрагмент «интерференция волн на воде», установка для демонстрации стоячих волн на резиновых шнурах различного сечения длиной $\sim 1\,$ м.

В теоретическом плане вариантов рассмотрения вопроса может быть много, но, по-видимому, оптимальным будет необходимость обратить внимание студентов на то, что уравнение колебаний струны есть волновое уравнение для одного измерения

$$\frac{1}{\mathbf{v}^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \,, \tag{1}$$

где u(x,t) – отклонение струны от положения равновесия, а V – скорость распространение волны на струне, связанная с натяжением струны F_H и ее плотностью ρ .

Если струна имеет конечную длину L и закреплена на обоих концах, то решение (1) должно соответствовать двум краевым условиям:

$$u(0,t) = 0, \quad u(L,t) = 0.$$
 (2)

Применение первого условия дает решение:

$$u(x,t) = a \sin \frac{2\pi}{\lambda} x \cos(2\pi vt + \delta).$$

Второе краевое условие, записанное в явном виде, требует, чтобы

$$a\sin\frac{2\pi}{\lambda}L\cos(2\pi\nu t + \delta) = 0 \tag{3}$$

при любых значениях t. Это требование будет удовлетворено, если

$$\frac{2\pi}{\lambda_n}L=n\pi,\quad n=1,2,3,\ldots,$$
 откуда $\frac{2\pi}{\lambda_n}=n\frac{\pi}{2}$ и $2\pi v_n=\frac{2\pi}{\lambda_n}v=n\frac{\pi v}{L}$.

Итак, решения, удовлетворяющие дифференциальному уравнению (1) и краевым условиям (2), представляют собой совокупности бесконечного числа избранных функций:

$$\sin n \frac{\pi x}{L} \cos(2\pi v_n t + \delta_n) = ,$$

$$= \sin n \frac{\pi x}{L} \cos(n \frac{\pi v}{L} t + \delta_n).$$
(4)

Эти функции описывают различные стоячие волны или собственные колебания, которые может совершать струна, закрепленная на двух концах.

Длина волн, способных устанавливаться на струне, закрепленной на двух концах, найдется из формулы:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n},\tag{5}$$

причем только эти длины волн и могут распространяться на струнах, так как в противном случае краевые условия не будут удовлетворены.

Избранный ряд частот будет:

$$v_n = n \frac{\mathbf{v}}{2L},\tag{6}$$

Наименьшая частота $v_1 = \frac{v}{2I}$ (основной тон),

следующие собственные частоты называются обертонами или гармониками. Отсюда, однако, не следует, что струна обязательно колеблется с частотой, соответствующей одному установленному тону или только одной из гармоник. Как раз наоборот: для того, чтобы заставить струну совершать такие простые колебания, нужны специальные условия возбуждения. При обычных же способах возбуждения одновременно возникают, вообще говоря, все собственные колебания, которые способна совершать струна. Математически это соответствует тому факту, что уравнение (1) – линейное и однородное [10].

Второй этап (продолжение) — раздел «Механика». Дидактическое обеспечение этапа: лабораторная работа «Изучение стоячих волн на струне». Студентам предлагается изучить экспериментально особенности колебаний закрепленной медной струны, рассчитать ее погонную плотность и скорости упругих волн при различных натяжениях.

Приборы и принадлежности, необходимые для выполнения работы: установка с постоянным магнитом и струной, набор грузов различной массы, линейка, генератор звуковых колебаний (ГЗ-102), усилитель низкой частоты.

Теоретическая часть

Если на каком-либо участке сплошной среды, например, на конце струны (или в слое воздуха) возбудить простое гармоническое колебание:

$$y = A\sin\omega t, \omega = 2\pi v \tag{7}$$

с частотой v, то оно будет передаваться через некоторое время соседним участкам этой среды и т. д. В результате возмущение будет распространяться в среде. Такой процесс распространения колебаний называется бегущей волной. Уравнение плоской монохроматической бегущей (вдоль оси ОХ) волны будет иметь вид:

$$y = A \sin \omega (t - \frac{x}{v}) = A \sin(\omega t - \frac{\omega}{v}x) =$$

$$A \sin(\omega t - kx), k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi v}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$$
(8)

где v- фазовая скорость волнового процесса, а λ -

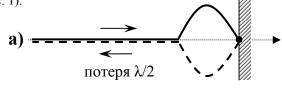
длина волны
$$(\lambda = v \cdot T = \frac{v}{\nu})$$
.

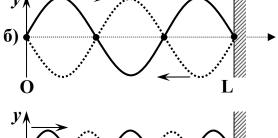
Стоячие волны получаются в наиболее чистом виде при наложении двух волн равной амплитуды А, распространяющихся навстречу друг другу (например, в одномерной структуре — шнуре). Полагая, что шнур протянут вдоль оси абсцисс, можно задать эти волны уравнениями:

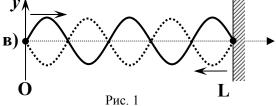
$$y_1 = A \sin(\omega t - kx)$$

$$y_2 = A \sin(\omega t + kx)$$
(9)

Для получения стоячих волн удобно использовать отражение бегущих волн от границы раздела двух сред. Так, если один конец горизонтального шнура жестко закреплен, то после отражения от закрепленного конца импульс (местный изгиб) имеет противоположенный знак. Существенным является то обстоятельство, что в процессе отражения имеет место изменение фазы волны б (потеря полуволны) (рис. 1).







Важное свойство бегущих волн любой природы заключается в том, что они переносят энергию и

импульс. Скорость распространения волн на струне, в частности, зависит от ее натяжения F_H и погонной плотности ρ (масса единицы длины):

$$v = \sqrt{\frac{F_H}{\rho}}$$
.

Представим ситуацию, когда на струне от точки закрепления x=0 бежит волна вдоль положительного направления оси X (рис. 1a, б):

$$y_1 = A\sin(\omega t - kx). \tag{10}$$

Навстречу ей бежит волна, отраженная от точки закрепления струны с координатой X=L (рис. 1в):

$$y_2 = A\sin(\omega t + kx) + \delta. \tag{11}$$

По принципу суперпозиции смещение точек струны в результирующей волне (рис. 1) можно описать уравнением, суммируя (10) и (11):

$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos(kx + \frac{\delta}{2})\sin(\omega t + \frac{\delta}{2})t. \quad (12)$$

Из выражения (12) видно, что ряд точек струны с координатами вообще не колеблется, т. к. для них

$$\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{\delta}{2}) = 0, \delta = \pi.$$

Эти точки называются «узлами».

В других местах, при выполнении условия $\cos(\frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{\delta}{2}) = 1$ амплитуда колебаний будет

наибольшей. Это <u>«пучности»</u>. Координаты X «узлов» и «пучностей» легко рассчитать.

Так как места максимальных и минимальных амплитуд в результирующей волне не зависят от времени (стабильны), то такую волну называют стоячей.

Итак, на закрепленной с обеих концов струне L могут существовать только волны, для которых вы-

полняется условие $L=n\frac{\lambda_n}{2}$. Собственные частоты

(моды) колебаний при этом:

$$v_n = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{F_H}{\rho}} n \cdot$$

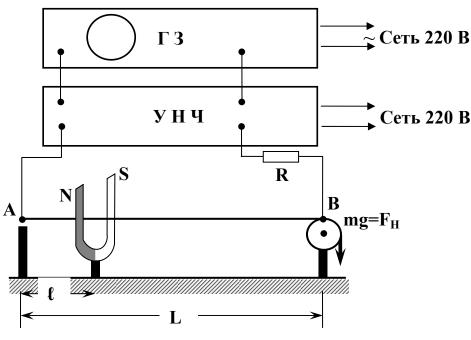
<u>Примечание:</u> в этом можно убедиться опытным путем, на примере звучания струн гитары и других струнных инструментов.

При колебаниях реальной струны всегда происходит потеря энергии, которую восполняет вибратор. В таком случае кроме стоячей волны может возникать и бегущая, что приводит к «размытию» узлов [10].

Экспериментальная часть

Необходимые наблюдения и измерения проводятся на установке, схема которой представлена на рис. 2.

Струна, закрепленная на концах, помещена между полюсами постоянного магнита. При пропускании тока по струне она начнет колебаться в вертикальной плоскости под действием силы Ампера, действующей со стороны магнитного поля (N,S) на проводник с переменным током. Для того, чтобы ток в струне был переменным с частотой V, она подключается к источнику переменного напряжения (рис. 2).



Puc. 2

В данной работе таким источником является генератор звуковых колебаний (Г3-102) с диапазоном частот от 20 до 20000 Гц. Для увеличения напряжения и, следовательно, тока в струне используется дополнительно усилитель низкой частоты (УНЧ),

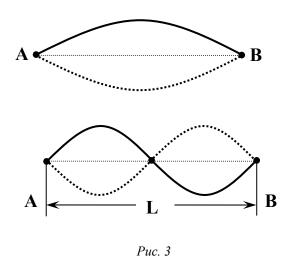
что позволяет получать в струне значительный по величине ток, ограничиваемый сопротивлением R.

Среди особенностей, собранной нами установки, укажем следующие:

- длина струны определяется расстоянием между точками A и B, амплитуда колебаний в которых равна нулю. Это выгодно отличает наблюдаемую картину стоячих волн от той, которая возникает в схемах с вибратором на конце струны;
- положение постоянного магнита на скамье (ℓ) определялось экспериментально и было зафиксировано на месте наблюдения первой «пучности» от точки A и составляло $\ell=\frac{L}{6}$ ($L=3\,\frac{\lambda_3}{2}$);
- индукция магнитного поля увеличена за счет закрепления на полюсах магнита дополнительной пары кольцевых ферромагнитов;
- в точке В струна переброшена через шкив и натягивается с помощью чашечки и грузов с известными массами.

Порядок выполнения работы

- 1. Поставьте на чашечку массой $m_{\text{ч}}$, груз №1 m_{1} . Это обеспечит натяжение струны силой $F_{\text{H1}} = (m_{\text{ч}} + m_{\text{1}})$ g, $(g=9.8\text{м/c}^2)$.
- 2. Включите в сеть \sim 220В генератор 3Г и усилитель УНЧ.
- 3. Плавно изменяя частоту напряжения на звуковом генераторе (3 Γ) от начала его шкалы, получите при данной силе натяжения F_{H1} стоячую волну с одной пучностью на струне: $L=1\frac{\lambda_1}{2}$ (рис. 3). Значение частоты ν_1 занесите в таблицу.



4. Повторите опыт, добившись возбуждения на струне стоячей волны с 2-мя «пучностями» и одним «узлом» в середине струны (рис. 3): $L=2\,\frac{\lambda_2}{2}$,

частота – V_2 (вторая гармоника). Значение частоты V_2 занесите в таблицу.

	v_1	v_2	v_3
$F_{H1} =$			
$F_{H2} =$			

- 5. По описанной методике получите стоячие волны с числом «узлов» 2,3 (по возможности).
- 6. Повторите измерения, добавив груз № $2-m_2$ и фиксируя новые значения основной частоты ν_1 и обертонов ν_1 , ν_2 , ν_3 .
- 7. С помощью очевидных соотношений получите формулу для расчета погонной плотности материала струны р и рассчитайте ее для всех измерений с последующим усреднением.
- 8. Запишите окончательный результат с указанием абсолютной и относительной ошибок измерений
- 9. Рассчитайте скорость упругих волн на струне при различных натяжениях струны. Сделайте вывол

Контрольные вопросы

- 1. Как возникают волны? Как записывается уравнение бегущей в одном направлении волны?
- 2. Что называется длиной волны? Какова связь между длиной волны λ , скоростью ν и периодом колебаний τ ?
- 3. В каком случае происходит «потеря полуволны»?
- 4. Как возникают стоячие воды? Есть ли перенос энергии в стоячей волне?
- 5. Как влияет погонная плотность струны на величину её собственных колебаний?
 - 6. Чем отличается стоячая волна от бегущей?
- 7. Чему равно расстояние между двумя соседними «узлами», стоячей волны?
- 8. Можно ли возбудить на струне стоячие волны любых частот?
- 9. Приведите примеры возникновения стоячих волн не механического происхождения.

Третий этап – раздел «Электричество». Дидактическое обеспечение этапа: лабораторная работа «Интерференция и дифракция электромагнитных волн».

В первой части работы предлагается исследовать поле стоячей электромагнитной волны путем непосредственного измерения ее интенсивности в различных точках. Используется генератор сантиметровых электромагнитных волн, индикатор (полупроводниковый диод), соединенный с микроамперметром и отражающая латунная пластинка.

Четвертый этап – раздел «Оптика». Дидактическое обеспечение этапа: видеофильм «Отражение и преломление электромагнитных волн», диафильм «Голография», видеофильм «Голография», голографические копии экспонатов Государственного исторического музея: синусоидальные решетки, видеофильм «Методы ренгеноструктурного анализа».

Все, сказанное о стоячих волнах в струне и стержнях относится и к электромагнитным волнам [8, 9, 11]. В этом случае, как известно, волна характеризуется не одним вектором, а двумя взаимно перпендикулярными \vec{E} и \vec{B} . В стоячей электромагнитной волне колебания электрического поля сдвинуты по фазе относительно колебаний магнитного поля на $\pi/2$. Как следствие, колебания энергии происходят в промежутке между узлами (пучно-

стью) электрического поля и пучностью (узлом) магнитного поля. Таким образом, вместо течения энергии мы имеем дело с колебаниями ее, сопровождающими переход из ожной формы в другую. В зависимости от условий опыта можно заранее предвидеть, где расположатся узлы электрического и магнитного векторов. Этим обстоятельством можно воспользоваться, чтобы на опыте решить вопрос о том, какой из двух векторов, составляющих световую волну, электрический или магнитный, производит непосредственное действие на большинство приборов, предназначенных для обнаружения света (глаз, фотографическая пластинка, флуоресцирующий экран, фотоэлемент и т. д.). Соответствующий опыт для исследования действия света на фотографическую эмульсию был выполнен в 1890 г. Винером. Система стоячих волн получалась Винером в воздухе при отражении почти монохроматического света от металлического зеркала. Регистрации подлежала картина почернений в тонком светочувствительном слое, нанесенным на стеклянную пластину, расположенную под малым углом (~1°) с поверхностью зеркала. Опыт Винера, позволивший впервые получить стоячие световые волны, показал также, что фотографическое действие световой волны связано именно с ее электрическим вектором. Позднее Друде и Нернст (1892 г.) повторили опыт Винера, заменив фотографический слой тонкой пленкой флюоресцирующего вещества, и также обнаружили, что максимум действия лежит в области пучностей электрического вектора. Аналогичный опыт с фотоэлектрическим слоем был осуществлен Айвсом (1933 г.); и в этом случае, как и следовало ожидать, эффект вызывался электрическим полем.

Пользуясь явлением образования стоячих волн фотографической эмульсии, (1891 г.) разработал метод цветной фотографии. Пластинка с толстым слоем эмульсии располагалась так, что эмульсия касалась поверхности ртутного зеркала. Изображение проектировалась нормально на пластинку и отразившийся свет интерферировался с падающим, создавая стоячие волны. При этом в пучностях электрического вектора происходит максимальное разложение бромистого серебра. В отраженном свете будет затем наблюдаться то распределение цветов, которое было применено при ее приготовлении. Описанное явление было использовано Ю. Н. Денисюком для создания трехмерных голограмм по методу записи во встречных пучках [8].

Пятый этап — раздел «Оптика. Квантовая электроника». Дидактическое обеспечение этапа: Не — Ne — лазер, лазер на рубине в режиме свободной генерации, газовый импульсный лазер на молекулярном азоте, полупроводниковый лазер, видеофильм «Лазеры», активные элементы.

Подлинная революция в оптике и оптических методах исследования связана с созданием в 1960 г. оптических квантовых генераторов (ОКГ). В основе их работы лежат три фундаментальные идеи, родившиеся в различных областях физики. Первая идея сформулирована Эйнштейном, который постулировал возможность процесса вынужденного ис-

пускания в рамках теории теплового некогерентного излучения. Вторая фундаментальная идея - применение термодинамически неравновесных систем, в которых возможно усиление, а не поглощение электромагнитных волн (В. А. Фабрикант, 1940). Наконец, третья идея, имеющая радиофизические корни - использование положительной обратной связи для превращения усиливающей системы в автоколебательную, т. е. в генератор когерентных электромагнитных волн (Н. Г. Басов, А. М. Прохоров, Ч. Таунс). Существенную роль при этом играет резонатор, зеркала которого отражают падающий на них свет в активную среду и тем самым способствуют достижению порога генерации. Резонатор может быть образован прямоугольными плоскими зеркалами, круглыми плоскими зеркалами и конфокальными сферическими и параболическими зеркалами [1]. Изучение поля в резонаторе на основании принципа Гюйгенса-Френеля впервые было проведено Фоксом и Ли [13] в работе, что позволило ввести основные понятия. В ходе рассмотрения этих вопросов в курсе оптики необходимо показать, что нормальные типы колебаний активного интерферометра характеризуются определенным распределением амплитуд и фаз по поверхностям зеркал и определенным набором частот, причем, каждой частоте соответствует определенное число полуволн, укладывающихся на длине резонатора. Сокращенно нормальные типы колебаний называются модами. Таким образом, мода оптического резонатора характеризуется определенной конфигурацией поля на поверхности зеркал и определенным числом полуволн, укладывающихся на длине резонатора.

Моды принято обозначать как $TEM_{m,n,q}$, где m и n — целые числа, равные 0, 1, 2, ... и обозначающие число изменений знака поля на поверхности зеркал, а q равно числу полуволн, укладывающихся на длине резонатора L. Индексы m и n называют поперечными, а q — нормальными или аксиальными индексами. В соответствии с этим часто моды, характеризующиеся одними и теми же индексами m и n, но разными q, объединяются под общим названии поперечной моды.

Использование резонаторов с плоскими зеркалами, расположенными перпендикулярно гигантскому импульсу излучения рубинового лазера привело автора к получению генерации на процессах вынужденного рассеяния света в крыле линии Релея, характеризуемой пикосекундной длительностью процессов рассеяния [Труды ФИАН. – М., 1974. – Т. 72].

Шестой этап — раздел «Атомная физика». Дидактическое обеспечение этапа: опыты по фотоэффекту, видеофильм «Строение атома», видеофильм «Физические основы квантовой теории», лабораторная работа «Изучение спектра атомов водорода».

В 1923 году французский физик-теоретик Луи де Бройль распространил идею А. Эйнштейна о двойственной природе света на вещество, предположив, что поток материальных частиц должен обладать и волновыми свойствами, однозначно свя-

занными с массой и энергией. Иными словами, движение частицы он сопоставил с распространением волны. Это сопоставление в 1929 году получило блестящее подтверждение в экспериментах по дифракции электронов в кристаллах. Вспоминая о размышлениях, которые привели его к представлению о «волнах материи», де Бройль писал; «В оптике пришлось ввести понятие частицы, наряду с понятием волн. Казалось, что природа света обладает странной «двойственностью». Но если в теории света в течение целого столетия слишком пренебрегали понятием «частица» для того, чтобы пользоваться исключительно понятием «волна», не была ли допущено обратная ошибка в теории материи? Были ли вправе физики пренебрегать понятием «волна» и думать только о понятии «частица»? Введенные волны сам де Бройль назвал «волнами материи», а другие физики – «волнами де Бройля»

$$(\lambda = \frac{h}{mv})$$
. Теория де Бройля позволяла с волно-

вых позиций объяснить квантовые условия устойчивости круговых орбит электронов в атомах, введенные Бором.

Следующий крупный шаг в развитии волновой механики был сделан австрийским физиком Эрвинов Шредингером, который в 1939 году разработал теорию движения микрочастиц, положив в основу, уравнение, играющее в атомных процессах такую же фундаментальную роль, как законы Ньютона в классической механике. Для описания состояния микрообъекта Шредингер ввел волновую функцию, или Ψ -функцию. Он увидел в работе де Бройля, по крайней мере, формально, интересную идею - попытаться заменить непонятные постулаты Бора о дискретных состояниях атома и правила квантования некоторыми положениями, в которых целочисленность получается сама собой, подобно тому, как сама по себе получается целочисленность числа «узлов» и «пучностей» при рассмотрении колеблющейся струны [2].

Одна из наиболее замечательных особенностей механики микрочастиц, состоит в существовании дискретных уровней энергии. Необходимость постулирования такой дискретности выяснилась уже на первых этапах развития квантовой физики. Однако в рамках классической физики допущение дискретности атомных состояний было совершенно чуждым положением, шедшим вразрез со всей системой классической физики. Нетрудно показать, что в квантовой механике дискретность энергии не только не противоречит основам этой механики, но и вытекает из ее уравнений столь же естественным образом, как, например, существование гармонических обертонов струны вытекает из уравнений классической механики. С этой целью необходимо вернуться к уравнению Шредингера и рассмотреть микрочастицу, находящуюся в поле, которое характеризуется следующим образом: от x = 0 до x = L, потенциальная энергия U постоянна и равна нулю; на границах же области (0,L) U внезапно возрастает до бесконечности. При таких условиях можно утверждать, что частица не выходит за пределы области (0,L). Для наглядности можно себе представить частицу, запертую в ящике с идеально отражающими стенками; внутри ящика частица свободно движется между его стенками, но за пределы ящика выйти не может. Установим, прежде всего, краевые условия этой задачи. С этой целью мы напишем уравнение Шредингера для одномерного движения, параллельно оси x [14].

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (E - U)\Psi = 0.$$
 (14)

Потенциальная энергия $\,U\,$ в нашей задаче должна удовлетворять требованиям;

$$\begin{cases}
0, & npu & 0 \le x \le L, \\
\infty, & npu & x = 0 \ u \ x = L.
\end{cases}$$
(15)

Для удовлетворения этих требований $\Psi(x)$ должна обращаться в ноль у стенок ящика. И задача сводится к интегрированию уравнения

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} E\Psi = 0 \tag{16}$$

при краевых условиях

$$\Psi(0) = 0, \quad \Psi(L) = 0.$$
 (17)

Собственные функции уравнения (16) будут:

$$\Psi_n(x) = a \sin \frac{\pi n}{L} x,\tag{18}$$

где
$$a = \sqrt{\frac{2}{L}}$$
 находится из условия нормировки,

смысл которого заключается в том, что $|\psi_n(x)|^2$ определяет плотность вероятности пребывания частицы в данной точке пространства. Графики $\psi_n(x)$ и

$$|\psi_n(x)|^2$$
 представлены на рис. 4.

Получение системы функций (18) оказывается возможным лишь при определенных значениях энергии $E_1, E_2, E_3...E_n$. Таким образом, квантование энергии (из других величин) естественным образом вытекает из уравнения Шредингера. Кроме того, мы убеждаемся, что и на этом, шестом этапе изучения стоячих волн, задача совершенно тождественна с рассмотренной на первом этапе задачей о собственных колебаниях струны. Следовательно, если на каждом этапе изучения стоячих волн мы будем начинать с повторения демонстрационного опыта со струной, то, как показывает наш многолетний опыт, педагогический эффект обучения будет максимальным.

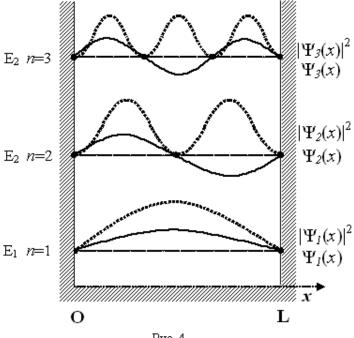


Рис. 4.

Литература

- 1. Вайнштейн, Л. А. ЖЭТФ. 1963. Т. 45. Вып. 3(9). 684 с.
- 2. Золотарев, М. Л. История фундаментальных понятий физики. Ч. 6. Основы квантовой физики / М. Л. Золотарев, Б. П. Невзоров, А. С. Поплавной, В. Е. Тупицын. Кемерово: Кузбассвузиздат, 2006. 375 с
- 3. Касьянов, В. А. Физика. 10 кл.: учебник для общеобразовательных учебных заведений / В. А. Касьянов. М.: Дрофа, 2003. 416 с.
- 4. Качмарек, Ф. Введение в физику лазеров / Ф. Качмарек. М., 1980. 540 с.
- 5. Кызыласов, Ю. И. О наглядности на довузовском этапе физического образования / Ю. И. Кызыласов, И. Н. Удалова // Научно-методический журнал «Учитель Кузбасса». Кемерово, 2006. $\mathbb{N}_2(3)$. С. 78-81.
- 6. Кызыласов, Ю. И. Принцип локализации в методике и практике преподавания физики в школе / Ю. И. Кызыласов // Вестник КемГУ. Кемерово: ЮНИТИ, 2008. № 3. С. 23 27.
- 7. Кызыласов, Ю. И. Из опыта формирования дидактической системы преподавания физики. Всероссийская научно-практическая Интернет-

- конференция «Дидактическая система преподавателя: опыт, проблемы и перспективы развития». Электронный ресурс. Режим доступа: // http://unid.bsu.edu.ru/unid/didact/red/.
- 8. Ландсберг, Г. С. Оптика / Г. С. Ландсберг. М.: Наука, 1976. 921 с.
- 9. Матвеев, А. Н. Оптика / А. Н. Матвеев. М.: Высшая школа, 1985. 351 с.
- 10. Сивухин, Д. В. Общий курс физики. Т. 1. Механика / Д. В. Сивухин. М.: Наука, 1974. 519 с.
- 11. Сивухин, Д. В. Общий курс физики. Т. 3. Электричество / Д. В. Сивухин. М.: Наука, 1977. 687 с.
- 12. Физическое образование в вузах. Журнал. Т. 15. № 1. 136 с.
- 13. Фокс, А. Резонансные типы колебаний в интерферометре квантового генератора / А. Фокс, Т. Ли // В сб. «Лазеры» / пер. с англ., под ред. М. Е. Жаботинского, Т. А. Шмаонова. М.: Издательство иностранной литературы, 1963. 470 с.
- 14. Шпольский, Э. В. Атомная физика / Э. В. Шпольский. М.: Издательство физикоматематической литературы, 1963. Т. 1. 575 с.