

Литература

- [1] Арнольд, В. И. *Эргодические проблемы классической механики* / В. И. Арнольд, А. Авец. – Ижевск: Ижевская республиканская типография, 1999. – 284 с.
- [2] Смейл, С. *Дифференцируемые динамические системы* / С. Смейл // УМН. – 1970. – Т. 25. – С. 113–185.
- [3] Песин, Я. Б. *Эргодическая теория гладких динамических систем. Гл. 7. // Общая теория гладких гиперболических систем. Динамические системы-2. Итоги науки и техн. Сер. Соврем. пробл. мат. Фундам. направления, 2* / Я. Б. Песин. – М.: ВИНТИ, 1985. – С. 123 – 173.
- [4] Аносов, Д. В. *Геодезические потоки на замкнутых римановых многообразиях отрицательной кривизны* / Д. В. Аносов // Труды Матем. ин-та им. В. А. Стеклова. – 1967. – Т. 90. – 211 с.
- [5] Боуэн, Р. *Символическая динамика* / Р. Боуэн – М.: Мир, 1979. – 245 с.
- [6] Качуровский, А. Г. *Скорости сходимости в эргодических теоремах* / А. Г. Качуровский // УМН. – 1996. – Т. 51. – С. 73 – 124.
- [7] Orey, L. *Deviation of trajectory averages and the defect in Pesin's formula for Anosov diffeomorphisms* / L. Orey, S. Pelikan // Trans. Amer. Math. Soc. – 1989. – Vol. 315. – P. 741 – 753.
- [8] Kifer, Y. *Large deviations in dynamical systems and stochastic processes* / Y. Kifer // Trans. Amer. Math. Soc. – 1990. – Vol. 321. – P. 505 – 524.
- [9] Young, L.-S. *Large deviations in dynamical systems* / L.-S. Young // Trans. Amer. Math. Soc. – 1990. – Vol. 318. – P. 525 – 543.
- [10] Waddington, S. *Large deviation asymptotics for Anosov flows* / S. Waddington // Ann. Inst. Henri Poincaré. – 1996. – Vol. 13. – P. 44 – 484.
- [11] Lalley, S. *Distribution of periodic orbits of symbolic and Axiom A flows* / S. Lalley // Adv. Appl. Math. – 1987. – Vol. 8. – P. 154 – 193.
- [12] Абрамовец, М. *Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами* / М. Абрамовец, И. Стиган. – М.: Наука, 1979. – 832 с.

УДК 514.7

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ ФИНИТНОГО СИГНАЛА В ПРОСТРАНСТВЕ ЛЕБЕГА

М. С. Козаченко, В. В. Славский

PERIODIC COMPONENT OF FINITE SIGNAL IN THE LEBESGUE SPACE

M. S. Kozachenko, V. V. Slavsky

Важной прикладной задачей является спектральный анализ финитных сигналов [1]. Классический подход к решению данной задачи – анализ Фурье и различные его модификации (например вейвлет-анализ). Анализ Фурье наиболее приспособлен для исследования сигналов рассматриваемых на всей временной оси. Финитные сигналы, определенные на конечном промежутке, при этом приходится “искусственно” заменять на неограниченные.

Иногда для исследования сигнала не требуется определения его спектра, а достаточно найти его периодическую составляющую. В данной работе предлагается непосредственный прямой вариационный метод нахождения периодической составляющей финитных сигналов в пространствах Лебега $L_2[a, b]$ и в более общем случае в пространствах Соболева $W_2^p[a, b]$. Находится наилучшая в смысле норм этих пространств периодическая составляющая. Для конечных цифровых сигналов данный алгоритм реализован в системе MatLab.

Spectral analysis of signals is An important applied problem, in particular the allocation of the periodic component. The classical approach to this task solution - Fourier Analysis and its various modifications (such as wavelet analysis). Fourier analysis is best suited for the study of signals under consideration for the entire time axis.

The finite signals are defined on a finite interval with the "artificial" must be replaced at no limited. In this paper, a direct variational method for studying finite signals in Lebesgue spaces $L_2[a, b]$ and more generally in the Sobolev spaces $W_2^p[a, b]$. Located in the best sense of the norms of these spaces, the periodic component. For finite digital signals, the algorithm is implemented in the MatLab.

Ключевые слова: периодическая составляющая, спектральный анализ, анализ Фурье, вариационный метод, конечный сигнал.

Keywords: periodic component, spectral analysis, Fourier analysis, variational method, finite signals.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (№ 08-01-98001), Совета по грантам Президента РФ для поддержки молодых ученых и ведущих научных школ РФ (№ НШ-5682.2008.1), а также при поддержке ФЦП “Научные и научно-педагогические кадры инновационной России” на 2009-2013 гг. (гос. контракт № 02.740.11.0457).

1. Периодический конечный сигнал из пространства $L_2[a, b]$

Определение 1. Пусть дано число $0 < T < b - a$, обозначим через $\mathcal{L}_{2,T}[a, b] \subset L_2[a, b]$ векторное подпространство функций $g \in L_2[a, b]$, таких, что $g(t) = g(t + T)$ для почти всех t , при условии $t, t + T \in [a, b]$.

Теорема 1. При условии $0 < T < b - a$ подпространство $\mathcal{L}_{2,T}[a, b] \subset L_2[a, b]$ Гильбертова пространства $L_2[a, b]$ будет замкнутое. **Доказательство.** Введем следующий линейный изометричный оператор

$$L_T g(t) = g(t + T),$$

из пространства $L_2[a, b]$ в пространство $L_2[a - T, b - T]$. Тогда условие, что функция g имеет период T на отрезке $[a, b]$, примет вид:

$$g|_{[a, b-T]} = L_T g|_{[a, b-T]}.$$

Так как оператор L_T непрерывен и оператор сужения функции на отрезок также непрерывен относительно нормы пространства $L_2[a, b]$, то данное равенство определяет замкнутое подмножество в $L_2[a, b]$.

В работе решается задача: пусть дана функция $f \in L_2[a, b]$ и число $0 < T < b - a$. Требуется найти функцию $g \in \mathcal{L}_{2,T}[a, b]$ аппроксимирующую наилучшим образом f в пространстве $L_2[a, b]$. Другими словами, найти минимум:

$$J(T) = \min \left\{ \|f - g\|_{L_2[a, b]} : g \in \mathcal{L}_{2,T}[a, b] \right\}. \quad (1)$$

Не ограничивая общности, можно считать, что отрезок $[a, b]$ единичный $[0, 1]$.

Теорема 2. Пусть период T принадлежит интервалу $[\frac{1}{n+1}; \frac{1}{n}]$, тогда минимум функционала $J(T)$ достигается при следующем выборе периодической функции $g \in \mathcal{L}_{2,T}[a, b]$:

$$g(t)|_{[0, T]} = \psi(t) = \begin{cases} \frac{f(t) + L_T f(t) + \dots + L_T^n f(t)}{n+1}, & \text{при } 0 < t < 1 - nT, \\ \frac{f(t) + L_T f(t) + \dots + L_T^{n-1} f(t)}{n}, & \text{при } 1 - nT < t < T, \end{cases} \quad (2)$$

где $L_T f(t) = f(t + T)$, $\dots$, $L_T^n f(t) = f(t + nT)$. При этом минимум равен:

$$J(T) = \|f\|_{L_2[0, 1]}^2 - (n+1) \left\| \frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n L_T^i f \right\|_{L_2[0, 1-nT]}^2 - n \left\| \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} L_T^i f \right\|_{L_2[1-nT, T]}^2. \quad (3)$$

Так определенную функцию $g \in \mathcal{L}_{2,T}[0, 1]$ будем называть T -периодической составляющей функции f в пространстве $L_2[0, 1]$.

Доказательство. Справедливо равенство:

$$\begin{aligned} \|f - g\|_{L_2[0, 1]}^2 &= \int_0^T |f(t) - g(t)|^2 dt + \sum_{i=1}^{n-1} \int_{iT}^{(i+1)T} |f(t) - g(t)|^2 dt + \\ &+ \int_{nT}^1 |f(t) - g(t)|^2 dt. \end{aligned}$$

Начиная со второго интеграла сделаем замены:

$$\begin{aligned} \|f - g\|_{L_2[0, 1]}^2 &= \int_0^T |f(t) - g(t)|^2 dt + \\ &+ \sum_{i=1}^{n-1} \int_0^T |f(t + iT) - g(t + iT)|^2 dt + \\ &+ \int_0^{1-nT} |f(t + nT) - g(t + nT)|^2 dt = \\ &= \int_0^T |f(t) - g(t)|^2 dt + \sum_{i=1}^{n-1} \int_0^T |L_T^i f(t) - g(t)|^2 dt + \\ &+ \int_0^{1-nT} |L_T^n f(t) - g(t)|^2 dt. \end{aligned}$$

Введем обозначения:

$$\begin{aligned} \psi_1(t) &= \begin{cases} \psi(t), & 0 \leq t \leq 1 - T \\ 0, & 1 - T \leq t \leq T \end{cases}, \\ \psi_2(t) &= \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq 1 - T \\ \psi(t), & 1 - T \leq t \leq T \end{cases}, \\ f_1(t) &= \begin{cases} f(t), & 0 \leq t \leq 1 - nT \\ 0, & 1 - nT \leq t \leq T \end{cases}, \\ f_2(t) &= \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq 1 - nT \\ f(t), & 1 - nT \leq t \leq T \end{cases}, \end{aligned}$$

где $\psi(t) = g(t)|_{[0, T]}$. Разбивая все интегралы на сумму двух интегралов, кроме последнего, получим:

$$\begin{aligned} &\int_0^T |f(t) - \psi(t)|^2 dt + \sum_{i=1}^{n-1} \int_0^T |L_T^i f(t) - \psi(t)|^2 dt + \\ &+ \int_0^{1-nT} |L_T^n f(t) - \psi(t)|^2 dt = \\ &= \int_0^{1-nT} |f_1(t) - \psi_1(t)|^2 dt + \int_{1-nT}^T |f_2(t) - \psi_2(t)|^2 dt + \\ &+ \sum_{i=1}^{n-1} \left(\int_0^{1-nT} |L_T^i f_1(t) - \psi_1(t)|^2 dt + \right. \\ &\left. + \int_{1-nT}^T |L_T^i f_2(t) - \psi_2(t)|^2 dt \right) + \int_0^{1-nT} |L_T^n f_1(t) - \psi_1(t)|^2 dt. \end{aligned}$$

Выделим отдельно слагаемые, зависящие от ψ_1 и ψ_2 :

$$\begin{aligned} & \|f - g\|_{L_2[0,1]}^2 = \\ & = \left[\int_0^{1-nT} |f_1(t) - \psi_1(t)|^2 dt + \sum_{i=1}^{n-1} \int_0^{1-nT} |L_T^i f_1(t) - \psi_1(t)|^2 dt + \int_0^{1-nT} |L_T^n f_1(t) - \psi_1(t)|^2 dt \right] + \\ & + \left[\int_{1-nT}^T |f_2(t) - \psi_2(t)|^2 dt + \sum_{i=1}^{n-1} \int_{1-nT}^T |L_T^i f_2(t) - \psi_2(t)|^2 dt \right] = J_1(\psi_1) + J_2(\psi_2). \end{aligned}$$

Так как функции ψ_1 и ψ_2 можно независимо выбирать, то Соответственно получим:

$$\inf_{g \in \mathcal{L}_{2,T}[0,1]} \|f - g\|_{L_2[0,1]}^2 = \inf_{\psi_1} J_1(\psi_1) + \inf_{\psi_2} J_2(\psi_2).$$

В любом евклидовом пространстве для произвольной системы векторов $\{v_i\}_{i=1,\dots,p}$ выполняется равенство:

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^p |v_i - x|^2 = \sum_{i=1}^p |v_i|^2 - 2 \sum_{i=1}^p (v_i, x) + p|x|^2 = \\ & = p \left[|x|^2 - 2 \left(x, \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p v_i \right) + \left| \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p v_i \right|^2 \right] - \\ & - p \left| \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p v_i \right|^2 + \sum_{i=1}^p |v_i|^2 = \\ & = p \left| x - \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p v_i \right|^2 + \sum_{i=1}^p |v_i|^2 - \frac{1}{p} \left| \sum_{i=1}^p v_i \right|^2. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\inf_x \sum_{i=1}^p |v_i - x|^2 = \sum_{i=1}^p |v_i|^2 - \frac{1}{p} \left| \sum_{i=1}^p v_i \right|^2$$

и инфимум достигается при $x = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p v_i$. Применяя это равенство к $J_1(\psi_1)$ и $J_2(\psi_2)$, получим:

$$\begin{aligned} J_1(\psi_1) &= (n+1) \left\| \psi_1 - \frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n L_T^i f_1 \right\|_{L_2[0,1-nT]}^2 + \\ &+ \sum_{i=0}^n \|L_T^i f_1\|_{L_2[0,1-nT]}^2 - \frac{1}{n+1} \left\| \sum_{i=0}^n L_T^i f_1 \right\|_{L_2[0,1-nT]}^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \inf_{\psi_1} J_1(\psi_1) &= \sum_{i=0}^n \|L_T^i f_1\|_{L_2[0,1-nT]}^2 - \\ &- \frac{1}{n+1} \left\| \sum_{i=0}^n L_T^i f_1 \right\|_{L_2[0,1-nT]}^2, \\ \inf_{\psi_2} J_2(\psi_2) &= \sum_{i=0}^{n-1} \|L_T^i f_2\|_{L_2[1-nT,T]}^2 - \\ &- \frac{1}{n} \left\| \sum_{i=0}^{n-1} L_T^i f_2 \right\|_{L_2[1-nT,T]}^2, \\ \inf_{g \in \mathcal{L}_{2,T}[0,1]} \|f - g\|_{L_2[0,1]}^2 &= \sum_{i=0}^n \|L_T^i f_1\|_{L_2[0,1-nT]}^2 - \\ &- \frac{1}{n+1} \left\| \sum_{i=0}^n L_T^i f_1 \right\|_{L_2[0,1-nT]}^2 + \\ &+ \sum_{i=0}^{n-1} \|L_T^i f_2\|_{L_2[1-nT,T]}^2 - \frac{1}{n} \left\| \sum_{i=0}^{n-1} L_T^i f_2 \right\|_{L_2[1-nT,T]}^2. \end{aligned}$$

Инфимум достигается при

$$\psi(t) = \begin{cases} \frac{f(t) + L_T f(t) + \dots + L_T^n f(t)}{n+1}, & \text{при } 0 < t < 1-nT, \\ \frac{f(t) + L_T f(t) + \dots + L_T^{n-1} f(t)}{n}, & \text{при } 1-nT < t < T, \end{cases}$$

Так как

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^n \|L_T^i f_1\|_{L_2[0,1-nT]}^2 + \sum_{i=0}^{n-1} \|L_T^i f_2\|_{L_2[1-nT,T]}^2 = \\ & = \|f\|_{L_2[0,1]}^2, \end{aligned}$$

то получим окончательно формулу (3) теоремы.

ЗАМЕЧАНИЕ 1. При $T = \frac{1}{n}$ получим равенства:

$$\begin{aligned} J_2(\psi_2) &= n \left\| \psi_2 - \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} L_T^i f_2 \right\|_{L_2[1-nT,T]}^2 + \\ &+ \sum_{i=0}^{n-1} \|L_T^i f_2\|_{L_2[1-nT,T]}^2 - \frac{1}{n} \left\| \sum_{i=0}^{n-1} L_T^i f_2 \right\|_{L_2[1-nT,T]}^2. \\ \psi(t) &= \frac{f(t) + L_T f(t) + \dots + L_T^{n-1} f(t)}{n}, \quad 0 < t < \frac{1}{n}, \\ J\left(\frac{1}{n}\right) &= \|f\|_{L_2[0,1]}^2 - n \left\| \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} L_T^i f \right\|_{L_2[0, \frac{1}{n}]}^2. \end{aligned}$$

ЗАМЕЧАНИЕ 2. При $0.5 < T < 1$ получим равенства:

$$\psi(t) = \begin{cases} \frac{f(t) + L_T f(t)}{2}, & \text{при } 0 < t < 1 - T, \\ f(t), & \text{при } 1 - T < t < T, \end{cases}$$

$$J(T) = \frac{1}{2} \|f - L_T f\|_{L_2[0, 1-T]}^2 =$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^{1-T} |f(t) - f(t+T)|^2 dt.$$

ЗАМЕЧАНИЕ 3. Сумма

$$\frac{1}{n+1} \sum_{i=0}^n L_T^i f \Big|_{[0, 1-nT]}$$

представляет собой усреднение функции f по $(n+1)$ интервалам:

$$I_1 = [0, 1-nT] \cup [T, 1-(n-1)T] \cup \dots \cup [nT, 1] =$$

$$= \cup_{i=0}^n L_T^i [0, 1-nT].$$

Аналогично, сумма

$$\frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} L_T^i f \Big|_{[1-nT, T]}$$

представляет собой усреднение функции f по n интервалам:

$$I_2 = [1-nT, T] \cup [1-(n-1)T, 2T] \cup \dots \cup [1-T, nT] =$$

$$= \cup_{i=0}^{n-1} L_T^i [1-nT, T].$$

На рисунке 1 изображены интервалы множеств I_1 и I_2 при $n=2$, $\frac{1}{3} < T < \frac{1}{2}$.

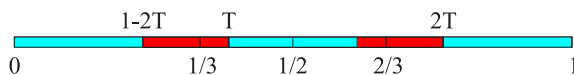


Рис. 1. Множества I_1 и I_2

Таким образом, функция g получается из функции f заменой на усредненное значение на интервалах множества I_1 и аналогично на интервалах множества I_2 . Соответственно величины

$\inf_{\psi_1} J_1(\psi_1)$, $\inf_{\psi_2} J_2(\psi_2)$ равны дисперсиям данных усреднений функции f .

ЗАМЕЧАНИЕ 4. Для любого $0 < T < 1$ справедливо равенство:

$$\int_0^1 f(t) dt = \int_{I_1} f(t) dt + \int_{I_2} f(t) dt = \int_0^1 g(t) dt,$$

где $g \in \mathcal{L}_T^2[0, 1]$ – T -периодическая составляющая функции f .

ЗАМЕЧАНИЕ 5. Справедливы неравенства

$$0 \leq J(T) \leq D[f], \text{ при } 0 \leq T \leq 1,$$

где $D[f]$ дисперсия функции

$$D[f] = \int_0^1 [f(t) - M[f]]^2 dt, \quad M[f] = \int_0^1 f(t) dt.$$

Кроме того, верно $\lim_{T \rightarrow 0} J(T) = D[f]$, $\lim_{T \rightarrow 1} J(T) = 0$.

ЗАМЕЧАНИЕ 6. Для любого натурального $m \in N$ из определения $J(T)$ следует свойство:

$$J(T) \geq J(mT), \text{ при условии } mT \in [0, 1].$$

Более общее свойство. Пусть $nT, mT \in [0, 1]$, тогда

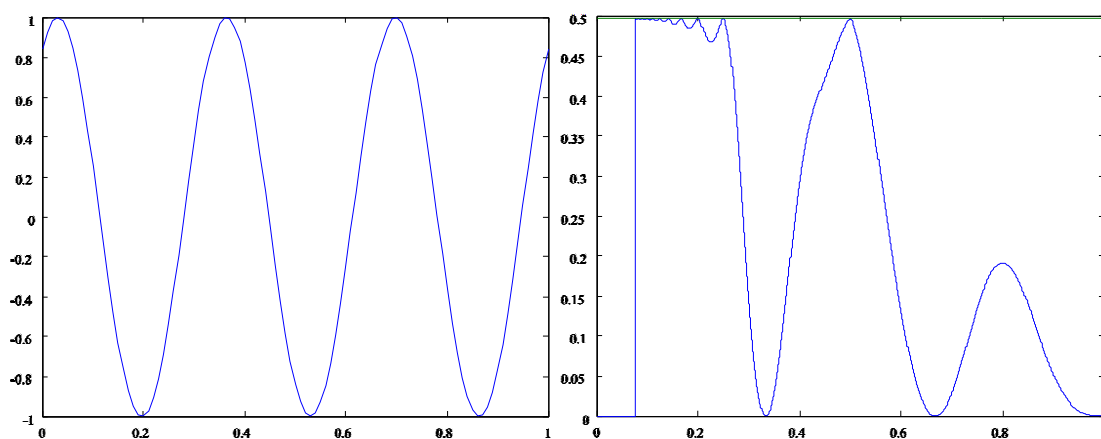
$$J(pT) \geq \max \{J(nT), J(mT)\},$$

где $p = GCD(n, m)$ – наибольший общий делитель n и m .

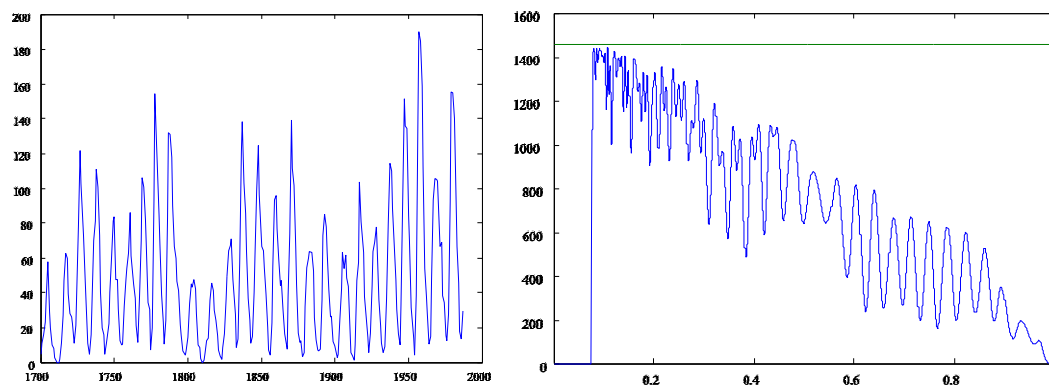
1.1. Численное нахождение функции $J(T)$

При численном решении последовательно используется формула (3) для нахождения функции $J(T)$ на интервалах $\frac{1}{n+1} \leq T \leq \frac{1}{n}$, при $n = p, p-1, \dots, 1$. В итоге получается функция $J(T)$ на отрезке $\left[\frac{1}{p+1}, 1\right]$.

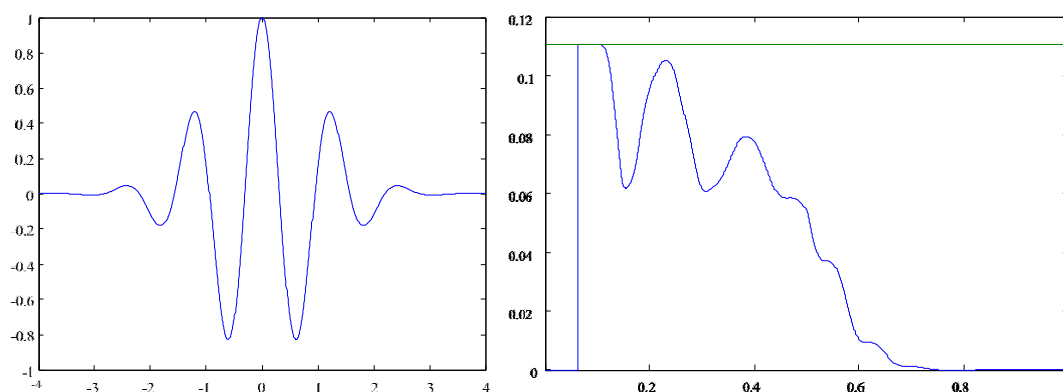
ПРИМЕР 1. Пусть $f(t) = \sin(3 \cdot 2\pi t + 1)$, $t \in [0, 1]$ – периодическая функция с периодом $T = \frac{1}{3}$. На рисунке 2 изображены графики функций $f(t)$ и $J(T)$. На графике виден период $T = \frac{1}{3}$ и кратные ему. Дисперсия $D[f] = 0.5$.

Рис. 2. Функция $J(T)$ для функции $f(t) = \sin(3 \cdot 2\pi t + 1)$, $t \in [0, 1]$

ПРИМЕР 2. На рисунке 3 изображен график временного ряда $f(t)$ солнечной активности за последние 300 лет и функции $J(T)$. На графике хорошо виден 11-летний цикл и его кратные.

Рис. 3. Функция $J(T)$ для временного ряда солнечной активности

ПРИМЕР 3. На рисунке 4 изображен график вейвлета Морли $f(t)$ и функции $J(T)$. На графике видно существование нетривиального периода $T_0 \simeq 1.2$ (второй локальный минимум функции $J(t)$ соответствует удвоенному периоду $2T_0$).

Рис. 4. Функция $J(T)$ для вейвлета Морли

2. Заключение

Вариационный подход к изучению финитных сигналов можно использовать и для других функциональных пространств [2,3]. В заключение сформулируем аналогичный результат для пространства Соболева $W_2^p[0, 1]$.

Теорема 3. Пусть период T принадлежит интервалу $[\frac{1}{n+1}; \frac{1}{n}]$, тогда минимум функционала $J(T)$ достигается при следующем выборе п-

периодической функции $g \in W_2^p[0, 1]$:

$$g(t)|_{[0, T]} = \psi(t) = \begin{cases} \frac{f(t) + L_T f(t) + \dots + L_T^{n-1} f(t)}{n+1} + z_1(t), \\ \text{при } 0 < t < 1 - nT, \\ \frac{f(t) + L_T f(t) + \dots + L_T^{n-1} f(t)}{n} + z_2(t), \\ \text{при } 1 - nT < t < T, \end{cases}$$

где функции $L_T f(t) = f(t + T), \dots, L_T^k f(t) = f(t + kT)$. Функции $z_1(t)$ и $z_2(t)$ удовлетворяют линейному дифференциальному уравнению

$$z^{(2p)}(t) - z^{(2p-2)}(t) + \dots \pm z(t) = 0,$$

соответственно на отрезках $0 < t < 1 - nT$ и $1 - nT < t < T$. Каждая из функций $z_1(t)$ и $z_2(t)$ линейно зависит от $2p$ параметров, которые выбираются так, чтобы $\psi \in W_2^p[0, T]$, функция ψ на отрезке $[0, T]$ была периодична периода T и достигала минимум (1).

ЗАМЕЧАНИЕ 1. Доказательство теоремы 3 аналогично доказательству теоремы 2 с использованием формулы интегрирования по частям.

ЗАМЕЧАНИЕ 2. Аналогично (1) можно сформулировать более простую вариационную задачу в пространстве Соболева $W_2^1[a, b]$:

$$J_1(T) = \min \left\{ \|f' - g\|_{L_2[a, b]} : g \in \mathcal{L}_{2, T}^1[a, b] \right\}, \quad (4)$$

где $f \in W_2^1[a, b]$. Решением будет служить периодическая составляющая f вместе с линейным трендом.

Представленный в работе численный алгоритм может быть использован при построении математического аппарата обработки сигналов, применен при создании автоматизированных систем цифровой обработки сигналов.

Литература

[1] Дмитриев, Е. В. *Гармонические естественные спектры и аппроксимация коротких сигналов* / [Эл. вар.]. – URL: <http://short-signal-sp.pochta.ru>

[2] Козаченко, М. С. *Выделение периодической составляющей конечного сигнала в пространстве Соболева* / М. С. Козаченко, В. В. Славский // Материалы XLIX Международной научной студенческой конференции "Студент и научно-технический прогресс". – Новосибирск, 2011. – С. 101.

[3] Козаченко, М. С. *О периодической составляющей конечного сигнала в Соболевских пространствах* / М. С. Козаченко, В. В. Славский // Материалы Международной научной конференции "Теория операторов, комплексный анализ и математическое моделирование". – Волгоград, 2011 – С. 9.

УДК 517. 95

НАЧАЛЬНО-КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

И. О. Коркина, Н. А. Чуешева

INITIAL BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR DIFFERENTIAL EQUATION FOURTH ORDER

I. O. Korkina, N. A. Chuesheva

Исследованием разрешимости краевых задач для уравнений четвертого порядка занимаются многие математики в России и за рубежом. Данная работа посвящена исследованию 5 краевых задач для одного уравнения четвертого порядка. Регулярное решение одной краевой задачи для дифференциального уравнения с частными производными четвертого порядка существует и единственно. Построены примеры неустойчивости решений трех других краевых задач для этого уравнения. Построен пример решения одной краевой задачи для этого уравнения, такой, что при аналитических коэффициентах и аналитической правой части данного уравнения решение не будет принадлежать пространству С. Л. Соболева $H^{4,1}(D)$.

Investigation solvability boundary value problem for differential equation fourth order be occupied with many mathematicians in Russia and in abroad. This paper devoted investigation five boundary value problems for one equation fourth order. Regular solution one boundary value problem for differential equation with partial derivative fourth order exist and uniquely. Examples non stability solutions for three other boundary value problem for this equation are constructed. Example solution one boundary value problem for this equation is constructed, such that under condition analyticity coefficients and analytic on the right-hand side given equation, but solution is not belong Sobolev's space $H^{4,1}(D)$.

Ключевые слова: краевая задача, дифференциальное уравнение с частными производными четвертого порядка, существование решения, единственность решения, пространство С. Л. Соболева, корректная постановка задачи, устойчивость решения.