УДК 004.043

**ИНФОРМАЦИОННО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ СИСТЕМА ДЛЯ АНАЛИЗА ВЛИЯНИЯ
ЗАГРЯЗНЕНИЯ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ НА БИОЛОГИЧЕСКИЕ ОБЪЕКТЫ****Ю. И. Молородов, В. С. Миньков****INFORMATION COMPUTATIONAL SYSTEM FOR ANALYSING
THE INFLUENCE OF POLLUTION ON BIOLOGICAL OBJECTS****Y. I. Molorodov, V. S. Minkov**

В статье рассматриваются некоторые аспекты создания информационно-вычислительной системы «Биосубстраты Сибири». Система использует интерфейсы, обеспечивающие возможность сбора, хранения и анализа обширного эмпирического материала, собранного специалистами ИХКиГ СО РАН на территории Западной и Восточной Сибири в течение 15 лет. Основой этого материала являются образцы биосубстратов коренных жителей региона: пробы крови и волос, пищевые рационы животных и человека, образцы растений, грибов и пр. Эти материалы дополнены многоэлементным составом атмосферных аэрозолей. Для анализа и выявления негативного влияния загрязнений от крупных промышленных центров Сибири реализованы математические алгоритмы выявления корреляционных связей между многоэлементным составом атмосферных аэрозолей и различными группами биосубстратов.

Some aspects of the data-processing system “Siberia biosubstrates” are considered. The system uses an interface that provides an opportunity to collect, store and analyze the vast amount of empirical material collected in Western and Eastern Siberia during 15 years. The core of this material are examples of the region’s natives’ biosubstrates: blood and hair samples, animal and human food rations, samples of plants, fungi, etc. These materials are complemented by multi-element composition of atmospheric aerosols. Mathematical algorithms of identifying correlations between the multielement composition of atmospheric aerosols and various groups biosubstrates are implemented to analyze and identify the negative impact of pollution from major industrial centers in Siberia.

Ключевые слова: веб-ориентированная обработка данных, анализ данных, семантическая модель, экология.

Keywords: Web-based data processing, data analysis, semantic model, the environment.

Введение

Информационные технологии оказывают огромное влияние на все области человеческой деятельности, связанные с накоплением и обработкой информации. За относительно небольшое время существования информационно-коммуникационных технологий накоплен огромный объем разнообразных данных, представленных исключительно в электронной форме. Возникают задачи обеспечения доступа (в том числе и удаленного) пользователей к разнородным типам и форматам данных, обработки и интерпретации результатов наблюдений за состоянием атмосферы промышленного центра Западной Сибири.

Интеграция информационных ресурсов в единую информационную среду и организация доступа к вычислительным ресурсам – это одни из важнейших направлений развития современных информационных технологий. Решение проблем создания и интеграции информационных ресурсов и продуктов должно стать необходимым условием развития многих стран, в том числе и России. Стремительное развитие глобальных информационных и вычислительных сетей ведет к изменению фундаментальных парадигм обработки данных, которое можно охарактеризовать как переход к поддержке и развитию распределенных информационно-вычислительных ресурсов [2, с. 161 – 165]. Технологии использования распределенных информационно-вычислительных ресурсов получают все больший приоритет в информационном обществе. При этом наблюдаются переход к исключительно распределенной схеме создания, поддержания, хранения ресурсов и стремление к виртуальному единству посредством предоставления свободного доступа к любым ресурсам сети через ограниченное число точек доступа. Постулируется принцип формирования в ресурсах сети единого, математически однородного поля компьютерной информации, которое способно стать универсальным и машинезависимым носителем данных, унифицированных программ и глобально распределенных вычислительных процессов [3].

Предметная область

Атмосфера крупных городов подвержена интенсивному загрязнению продуктами жизнедеятельности человека. Это как выбросы в атмосферу предприятий, находящихся вблизи городов, так и загрязнение со стороны автомобильного транспорта. Уровень качественного и количественного содержания органических веществ в аэрозолях воздуха является важным критерием для оценки загрязнения атмосферы и окружающей среды. Для этого на территории г. Новосибирска службами Гидрометеоцентра созданы посты наблюдения за состоянием атмосферы. На них производятся, в соответствии с рекомендациями ВОЗ, измерения в воздухе атмосферы содержания пыли, сажи, диоксида серы SO_2 , озона, оксида углерода CO , диоксида азота NO_2 , оксида азота NO , сероводорода H_2S , фенола CH , фтористого водорода HF , аммиака NH_3 , формальдегида CH_2O и др. Объемы данных, полученных на постах наблюдений, значительны по объемам и разнообразию. Это обстоятельство делает необходимым и актуальным использование распределенных информационно-вычислительных систем для задач, связанных с наблюдением за состоянием атмосферы. Использование электронных версий обеспечивает пользователю оперативный доступ к результатам наблюдений, хранение и математическую обработку.

Такую задачу решает специализированная проблемно-ориентированная Информационная Система, которая позволяет решить проблему хранения этого эмпирического материала, его обработку с помощью современных математических алгоритмов. Это позволит перевести работу с этими данными на качественно более высокий уровень, открывающий перспективы для постановки и эффективного решения новых научных и практических задач.

Модель данных

Анализ данных наблюдений за состоянием атмосферы позволяет сделать следующие выводы.

Исходные данные наблюдений представляют собой временные ряды скалярных вещественнозначных функций, представленных в виде пар $\langle D, V \rangle$, где D — дата и время проведения замера, V — результат измерения.

Каждому из рядов соответствует набор метаданных, адекватно описывающих временные ряды результатов измерений характеристик атмосферы:

- пост наблюдений, на котором производились измерения;
- параметрами этого свойства являются координаты поста наблюдений и его тип (например, пост наблюдений за загрязнением атмосферы, метеостанция);
- объект измерения. Единственным параметром этого свойства является его название. Например, атмосферный воздух и т. п.;
- измерявшаяся характеристика объекта измерений. Это свойство обладает двумя параметрами: название измеряемой характеристики (например, концентрация того или иного атмосферного аэрозоля) и ее размерность (например, мг/м³);
- инструмент (прибор), с помощью которого производились измерения;
- единственной характеристикой этого свойства является название прибора;
- метод предварительной обработки данных (например, почасовое усреднение). Единственной характеристикой этого свойства является название метода.

Логическая структура данных представлена в виде логической модели на рис. 1.

Рис. 1. Структура логической модели данных

Реализация логической модели данных

Каждому из типов метаданных создается отдельная таблица реляционной СУБД со следующей структурой:

$\langle MPK_k, DESCR_k, C^1_k, \dots, C^i_k, \dots \rangle$, где MPK_k – первичные ключи, C^i_k – значения специфичных для каждого типа метаданных характеристик, $DESCR_k$ – необязательное текстовое описание.

Данные измерений хранятся в отдельной таблице, в виде единичных значений, с каждым из которых ассоциирован набор метаданных ряда и отметка о времени замера значения. Этой таблице соответствует следующая структура:

$\langle PK, D, V, MPK_j, \dots, MPK_k \rangle$, где D – дата и время проведения замера, V – результат измерения, PK – первичный ключ, MPK_j – значения первичных ключей для записей таблиц, соответствующих базовому набору метаданных и задающих связь типа многие-к-одному между результатами измерений и метаданными.

Для задания связей между записями в таблице результатов измерений и дополнительными метаданными, а также для иерархической организации метаданных используются таблицы со структурой вида $\langle MPK_k, TPk_k \rangle$, где MPK_j – значение первичного ключа из одной из таблиц, хранящей дополнительные метаданные, TPk_j – значение первичного ключа из таблицы, хранящей целевые записи, с которыми должна быть связана запись из таблицы метаданных.

Были введены служебные метаданные “регион” и “предметная область”, относящиеся к постам наблюдения и измерениям, соответственно. Свойство “регион” предназначено для задания параметров ассоциированной с постом наблюдения карты, “предметная область” – для задания предметной области, к которой имеет отношение тот или иной временной ряд.

Алгоритмы обработки временных рядов данных

Дадим несколько определений основных понятий, которые будут нам необходимы для понимания дальнейших рассуждений.

Пусть X – объект измерения, имеющий некоторое количество признаков A_x (наперед неизвестное), а T – упорядоченное множество моментов времени, в который производились измерения. В каждый момент времени $t \in T$ в результате замера обнаруживается некоторое множество признаков $A_x[t]$ и для каждого $\alpha \in A_x[t]$ известно его значение $\psi_\alpha^t \in \mathbb{R}$.

Определение 1. *Замером объекта X в момент времени t будем называть множество пар признак–значение:*

$$X_t = \{(\alpha, \psi_\alpha^t) \mid \alpha \in A_x(t)\}.$$

Определение 2. *Наблюдением объекта T в течение времени T будем называть множество χ , состоящее из замеров объекта X , произведенных в моменты времени T :*

$$\chi_T = \{X_t \mid t \in T\}.$$

Определение 3. *Признаками, обнаруженными в ходе наблюдений в моменты T , будем называть множество*

$$A_x[T] = \bigcup_{t \in T} A_x[t].$$

Далее нам понадобится функция $\gamma(x, t)$, определенная следующим образом:

$$\gamma(x) t = \begin{cases} \psi_x^t, & \text{если значение признака } x \text{ было выявлено в момент } t, \\ 0, & \text{в противном случае.} \end{cases}$$

Определение 4. *Таким образом, обобщенным значением признака α в момент t , будем называть величину $\hat{\psi}_\alpha^t = \gamma(\alpha, t)$.*

Наиболее удобным представлением замера объекта X за период T является так называемая матрица объект–признак.

Определение 5. Матрицей объект–признак наблюдения объекта X за период T называется $(M \times N)$ – матрица, составленная из обобщенных значений признаков, обнаруженных в моменты $t \in T$:

$$\Omega_{\chi}^T = \begin{pmatrix} \hat{\psi}_{\alpha_1}^{t_1} & \hat{\psi}_{\alpha_2}^{t_1} & \dots & \hat{\psi}_{\alpha_N}^{t_1} \\ \hat{\psi}_{\alpha_1}^{t_2} & \hat{\psi}_{\alpha_2}^{t_2} & \dots & \hat{\psi}_{\alpha_N}^{t_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\psi}_{\alpha_1}^{t_M} & \hat{\psi}_{\alpha_2}^{t_M} & \dots & \hat{\psi}_{\alpha_N}^{t_M} \end{pmatrix}, M = |T|, N = |A_{\chi}|T|.$$

Матрицы объект–признак нашли широкое применение [7, с. 56].

Регрессионный анализ

Линейный регрессионный анализ – статистический метод исследования зависимости между зависимой переменной Y и одной или несколькими независимыми переменными $X_1, X_2, \dots, X_p$. Чаще всего используется для:

1. определения степени детерминированности вариации критериальной (зависимой) переменной предикторами (независимыми переменными);
2. предсказания значения зависимой переменной с помощью независимой (-ых);
3. определения вклада отдельных независимых переменных в вариацию зависимой.

На практике линия регрессии чаще всего ищется в виде линейной функции (линейной регрессии)

$$Y = b_0 + b_1 \cdot X_1 + b_2 \cdot X_2 + \dots + b_N \cdot X_N \quad Y,$$

наилучшим образом приближающей искомую кривую. Это можно сделать методом наименьших квадратов, когда минимизируется сумма квадратов отклонений реально наблюдаемых Y от их оценок:

$$\sum_{k=1}^M (Y_k - \hat{Y}_k)^2 \rightarrow \min \sum_{k=1}^M (Y_k - \hat{Y}_k)^2$$

(M – объём выборки).

Для решения задачи регрессионного анализа методом наименьших квадратов вводится понятие «функции невязки»:

$$\sigma(\bar{b}) = 0.5 \sum_{k=1}^M (Y_k - \hat{Y}_k)^2.$$

Условие минимума функции невязки:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\sigma(\bar{b})}{db_i} = 0 \\ i = 0 \dots N \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^M M y_i = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N b_j x_{i,j} + b_0 M \\ \sum_{i=1}^M y_i x_{i,k} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N b_j x_{i,j} x_{i,k} + M b_0 \sum_{i=1}^M x_{i,k} \\ k = 1 \dots N \end{array} \right. .$$

Полученная система является системой $N + 1$ линейных уравнений с $N + 1$ неизвестными $b_0 \dots b_N$. Если представить свободные члены левой части уравнений матрицей:

$$B = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^M y_i \\ \sum_{i=1}^M y_i x_{i,1} \\ \dots \\ \sum_{i=1}^M y_i x_{i,N} \end{pmatrix},$$

а коэффициенты при неизвестных в правой части матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} M & \sum_{i=1}^M x_{i,1} & \sum_{i=1}^M x_{i,2} & \dots & \sum_{i=1}^M x_{i,N} \\ \sum_{i=1}^M x_{i,1} & \sum_{i=1}^M x_{i,1}x_{i,1} & \sum_{i=1}^M x_{i,2}x_{i,1} & \dots & \sum_{i=1}^M x_{i,N}x_{i,1} \\ \sum_{i=1}^M x_{i,2} & \sum_{i=1}^M x_{i,1}x_{i,2} & \sum_{i=1}^M x_{i,2}x_{i,2} & \dots & \sum_{i=1}^M x_{i,N}x_{i,2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{i=1}^M x_{i,N} & \sum_{i=1}^M x_{i,1}x_{i,N} & \sum_{i=1}^M x_{i,2}x_{i,N} & \dots & \sum_{i=1}^M x_{i,N}x_{i,N} \end{pmatrix},$$

то получаем матричное уравнение: $A\bar{x} = \bar{b}$, которое легко решается методом Гаусса. Полученная матрица будет матрицей, содержащей коэффициенты уравнения линии регрессии:

$$X = \begin{pmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \dots \\ b_N \end{pmatrix}.$$

Выбор методов статистического анализа

Важными понятиями многомерного статистического анализа являются понятия пространства, его размерности и взаимного расположения объектов в этом пространстве, а также расстояния или сходства между его объектами. На них основаны многие статистические методы: факторный анализ и его разновидности: метод наибольшего правдоподобия, метод главных компонент и элементы кластерного анализа (как правило, в виде деревьев). В биологических и экологических исследованиях они часто применяются, поскольку результаты обработки хорошо поддаются содержательной интерпретации.

В своей работе мы использовали алгоритмы кластерного анализа из библиотеки SciPy [8, 9] для языка программирования Python. В нее входят модули для оптимизации, интегрирования, специальных функций, обработки сигналов, обработки изображений, генетических алгоритмов и др.

Задачей кластерного анализа является разбиение исходного множества объектов на непересекающиеся подмножества схожих объектов, называемые кластерами, так, чтобы каждый кластер состоял из схожих объектов, а объекты разных кластеров существенно отличались. Здесь активно используется понятие близости между объектами. Иногда основные принципы кластерного анализа могут слегка нарушаться. Например, в таких алгоритмах, как метод k -средних или метод Уорда (иерархическая кластеризация), центр кластера вычисляется как среднее координат входящих в него объектов. При этом неявно предполагается, во-первых, что усреднение не выводит центр за пределы кластера, и он тоже может считаться равноправным с другими объектом, и, во-вторых, что такой центр в некотором смысле минимизирует максимальное расстояние от себя до объектов кластера и поэтому может считаться наилучшим представителем всего кластера. Алгоритм иерархической кластеризации строит иерархию групп, объединяя на каждом шаге две самые похожие группы. Сначала каждая группа состоит из одного элемента. На каждой итерации вычисляются попарные расстояния между группами, и группы, оказавшиеся самыми близкими, объединяются в новую группу. Так повторяется до тех пор, пока не останется всего одна группа.

Можно выделить следующие этапы кластеризации:

- разбиение выборки на группы схожих объектов (это позволяет упростить дальнейшую обработку данных, применяя к каждому кластеру свой метод анализа);
- сжатие данных. Если исходная выборка избыточно большая, то можно сократить ее, оставив по одному наиболее типичному представителю от каждого кластера;
- обнаружение новизны (выделяются нетипичные объекты, которые не удается присоединить ни к одному из кластеров).

При работе алгоритма можно выделить следующий набор действий [8].

1. Инициализация двух матриц C и G матрицей Ω ;
2. Пока не пусто:

- выбор двух элементов $c_1, c_2 \in C$, расстояние между которыми минимально,
- добавляем в G вершину c_{12} , являющуюся центрами масс c_1 и c_2 и соединяем их между собой,
- $C := C \cup \{c_{12}\} \setminus \{c_1, c_2\}$;

3. Получаем структуру G .

Результатом работы алгоритма является древообразная иерархическая структура (дендрограмма), из которой можно выбрать кластеризацию с требуемой степенью детализации (отсечь на том или ином максимальном расстоянии).

Для оценки корреляций между элементами многоэлементного состава каждого из объектов был применен кластерный анализ с корреляционной метрикой, причем объем исходных выборок был увеличен методом разномасштабного повторного отбора MBR – Multiscale Bootstrap Resampling. Этот метод позволяет оценить степень устойчивости полученных кластеров к увеличению объема экспериментальных данных.

Методика анализа взаимосвязей многоэлементных составов

Для исследования взаимосвязей многоэлементных составов были применены аппараты регрессионного и корреляционного анализов. Ввиду того, что значения концентраций элементов в субстратах различаются в пределах нескольких порядков, то при графическом сопоставлении их удобнее выражать в логарифмической форме. Каждому наблюдению $\mathcal{X}$ объекта X сопоставлялось множество:

$$\bar{\chi} = \left\{ \varphi_{\alpha}^{\mathcal{X}} = \frac{\sum_{t \in T_{\mathcal{X}}[\alpha]} \ln \psi_{\alpha}^t}{|T_{\mathcal{X}}[\alpha]|} \mid \alpha \in A_{\mathcal{X}}[T_{\mathcal{X}}] \right\}.$$

А каждой паре исследуемых объектов $\mathcal{X}$ и $\mathcal{Y}$ сопоставлялось множество

$$M = \left\{ (\varphi_\alpha^x, \varphi_\alpha^y) \mid \varphi_\alpha^x \in \bar{X}, \varphi_\alpha^y \in \bar{Y}, \right. \\ \left. \alpha \in A_X[T_X \cap T_Y] \cap A_Y[T_X \cap T_Y] \right\},$$

которое далее подавалось на вход алгоритму линейной регрессии. В результате работы которого получаются являются линейные зависимости вида $\bar{y} = a\bar{x} + b$, характеризующую линейную взаимосвязь логарифмов среднего геометрического концентраций элементов, входящих в каждый из объектов измерения.

Фактически, получаемая зависимость отражает степенную зависимость между средними геометрическими тех же элементов, т. е. $y = b'x^\alpha$, $b' = e^b$.

Расчет степени близости линейно взаимосвязи объектов X и Y – r рассчитывался как коэффициент линейной корреляции Пирсона для выборок X и Y .

Результаты обработки данных наблюдений

Исходными данными для данного исследования послужили результаты измерения концентраций многоэлементного состава следующих биосубстратов и геохимических сред:

- кровь, образцы волос мужского и женского населения г. Тарко– Сале, п. Самбург и п. Красноселькуп за период 2000 – 2001 гг.;
- рацион, образцы печени, мышечной и костной ткани бурозубки и рыжей полевки обитающих на территории Среднего Урала за период 2000 – 2001 гг.; (г. Екатеринбург);
- образцы плаценты жительниц г. Новосибирска за период 2007 г.;
- образцы воды р. Канчалан за период 2007 г.

На рис. 2 и 3 представлена взаимосвязь многоэлементного состава и биосубстрата в виде линейной регрессии, показывающая связь элементного состава атмосферных аэрозолей ткани живого организма (плацента) и растительности (солодка), взятые в г. Новосибирск в 2007 г. с 95 % доверительным интервалом. Для всех зависимостей наблюдаются высокие показатели коэффициентов корреляции (0.75 – 0.99, и значения стандартной ошибки для коэффициентов линейной регрессии и коэффициента корреляции, полученные методом повторного выбора (метод складного ножа (bootstrap resampling)). Эти результаты убедительно показывают устойчивую линейную связь логарифма концентрации многоэлементного состава АА и исследуемых образцов.

Рис. 2. Аэрозоль атмосферы и солодки

$$y = -1.280x + 1.166, r = 0.907$$

Рис. 3. Аэрозоль атмосферы и ткани плаценты

Рис. 4. Элементный состав волос

Рис. 5. Элементный состав крови

На рис. 4 и 5 представлены корреляционные зависимости концентраций элементного состава аэрозолей в виде дендрограммы (крови и волос, взятые у человека в п. Самбург в 2001 г. Кластерный анализ, выявил схожесть устойчивых структур элементов для взаимосвязей между хорошо коррелирующими объектами. Дендрограмма - Approximately Unibased (AU) и Bootstrap Probability (BP) аппроксимируют уровень значимости для кластера. AU=98 обозначает, что гипотеза разрушения кластера при добавлении новых наблюдений будет отвергнута с уровнем значимости 0.02. Цветом выделены кластеры, у которых AU >= 95. Они наиболее устойчивы к возможному увеличению количества наблюдений.

Заключение

Предложена модульная архитектура для построения веб-сайтов. На ее основе созданы модули информационно-вычислительной системы, предназначенные для хранения и обработки результатов мониторинга атмосферы промышленного центра Западной Сибири. Разработана расширяемая модель данных, предназначенная для хранения скалярных временных рядов. Эта модель может использоваться и в аналогичных компонентах систем, предназначенных для хранения и обработки временных рядов данных. На основе предложенной архитектуры создана расширяемая подсистема импорта данных наблюдений за состоянием атмосферы.

Создан модуль, позволяющий формировать отчеты по хранимым данным за произвольный период. Предоставлены результаты математической обработки хранимых данных, и создания других компонентов системы. В качестве демонстрации возможностей API обработки реализованы модули построения графиков и экспорта отчетов в XML.

Установлено, что элементный состав указанных тканей организма как человека, так и животных довольно тесно связан друг с другом. Учитывая полученные данные, можно сделать вывод, что, по-видимому, любая ткань организма человека или животных может использоваться как информативный тест для оценки природной или техногенной нагрузки. Результаты обработки данных наблюдений убедительно показывают взаимосвязь биосубстратов и элементного состава атмосферных аэрозолей (АА). АА являются, по-видимому, главным источником микроэлементов, которые поступают в пищевую цепь и в кровь человека и животных, а затем и в другие ткани организма.

Работа финансировалась Президентской программой НШ 931.2008.9, РФФИ (грант № 09-07-00277), и Интеграционным проектом СО РАН № 50.

Литература

1. Torrence, G. A practical guide to wavelet analysis / G. Torrence, G. P. Compo // Bull.Amer. Meteorol. Soc. – 1998. – Vol. 79. – №. 1.
2. Технология создания распределенных информационно-вычислительных ресурсов СО РАН / О. Л. Жижимов, А. М. Федотов, Л. Б. Чубаров, Ю. И. Шокин // Тр. Первой Межд. конф. САИТ-2005. 12 – 16 сент. 2005 г., Переславль-Залесский. – Т. 2.: Системный анализ и информационные технологии. – М., 2005.
3. The Grid: Blueprint for a New Computing Infrastructure Ed. by I. Foster, C. Kesselman. Morgan Kaufmann Pub. – San Francisco, CA. 1999.
4. Распределенная информационно-вычислительная среда для исследования экологических систем / А. М. Федотов, В. Б. Барахнин, А. Е. Гуськов, Ю. И. Милородов // Вычислительные технологии. – 2006. – Т. 11. – Ч. I.
5. Мониторинг качества атмосферного воздуха для оценки воздействия на здоровье человека. Копенгаген: Региональные публикации ВОЗ // Европейская серия. – 2001. – № 5.
6. ГОСТ 17.2.1.03-84. Охрана природы. Атмосфера. Термины и определения контроля загрязнения.
7. Ефимов, В. М. Многомерный анализ биологических данных / В. М. Ефимов, В. Ю. Ковалева. – СПб, 2008.
8. Matlab vs. Python and NumPy [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://lbolla.info/blog/2007/04/11/numerical-computing-matlab-vs-pythonnumpyweave/>.
9. Performance Python – NumPy [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://scipy.org/PerformancePython>.

Информация об авторах:

Молородов Юрий Иванович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры программирования и кафедры дискретной математики и информатики, НГУ, т. 8(383) 334-91-22, yumo@ict.nsc.ru.

Molorodov Yuriy Ivanovich – Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor at the Department of Programming and the Department of Discrete Mathematics and Informatics of the Faculty of Mechanics and Mathematics of Novosibirsk State University.

Миньков Всеволод Сергеевич – аспирант ИВТ СО РАН, т. 8(383) 334-91-22, yumo@ict.nsc.ru.

Minkov Vsevolod Sergeevich – post-graduate student at the Institute of Computational Technologies of the Siberian Branch of the RAS.