УДК 519.6:628.39

ОБ ОДНОЙ МОДЕЛИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВСПЛЫВАЮЩЕЙ ПРИМЕСИ В ЗАТОПЛЕННЫХ ГОРНЫХ ВЫРАБОТКАХ

Л. В. Бондарева, М. А. Гурских, Ю. Н. Захаров

ON A MODEL OF SPREADING UPFLOATING IMPURITIES IN FLOODED MINES

L. V. Bondareva, M. A. Gurskih, Yu. N. Zakharov

Работа выполнена на основании Государственного задания № 2014/64.

В работе рассматривается математическая модель процесса очистки жидких промышленных стоков в затопленной горной выработке. Целью является построение и изучение математической модели течения и распространения всплывающих примесей в виде замкнутой системы уравнений в частных производных. Приводятся методы решения полученных дифференциальных задач, картины течения и распространения примеси в зависимости от входных параметров задачи.

The paper focuses on the mathematical model of the treating liquid industrial waste water in flooded mines. The goal is to construct and study the mathematical model of the flow and distribution of up floating impurities in the form of a closed system of partial differential equations. The paper provides the methods of solving the obtained differential problems, patterns of flow and distribution of impurities depending on the input parameters of the problem.

Ключевые слова: уравнения Навье-Стокса, распространение и подъем примесей.

Keywords: Navier-Stokes equations, upfloat and distribution of impurities.

Введение

Предприятия угольной промышленности оказывают существенное негативное влияние на все компоненты окружающей среды Кузбасса, вызывая нежелательное их изменение [12]. Экологическая ситуация усугубляется высокой стоимостью природоохранных мероприятий, отсутствием в ряде случаев научно обоснованных рекомендаций по снижению отрицательного воздействия горных работ на окружающую среду и ликвидации последствий этого воздействия [3]. В частности, велика экологическая нагрузка на состояние водных ресурсов региона. Развитие предприятий угольной промышленности связано с увеличением водопотребления как для добычи, так и для последующего обогащения угля. Соответственно увеличивается количество сточных вод на предприятиях угольной промышленности, которые являются серьезным источником загрязнения водных ресурсов. Многие из входящих в состав сточных вод компонентов способны накапливаться в водоемах, аккумулироваться водными организмами, вызывая необратимые последствия в водной среде. Внедрение на шахтах высокомеханизированных комплексов со сложной сетью гидросистем привело к увеличению расхода нефтепродуктов при ведении горных работ, часть из которых попадает в шахтную воду и дополнительно загрязняет ее [11]. Загрязнение воды нефтепродуктами требует дополнительных мероприятий по очистке шахтной воды и осложняет схему очистных сооружений.

В Кузбассе впервые в мировой практике метод очистки жидких промышленных стоков в затопленной горной выработке опробовали на шахте Кольчугинской для очистки сточных вод углеобогатительной фабрики Комсомолец [9]. Предполагается, что закачанные в выработку жидкие промышленные отходы будут очищаться за счет отстаивания и разбавления фильтрующимися грунтовыми водами. Вследствие этих процессов откачиваемая для поддержания уровня грунтовых вод в регионе жидкость становится существенно более чистой.

По сравнению с другими, метод очистки жидких промышленных стоков в отработанных горных выработках затопленных угольных шахт позволяет значительно сократить затраты. Но при всей экономической привлекательности его применения остается актуальной и важной проблема исследования и прогнозирования возможного развития протекающих внутри процессов. Так наибольшую опасность представляет вероятность «залпового выброса» накопленных примесей, при котором может происходить увеличение концентрации и объема примесей в откачиваемой жидкости. Причинами данного явления могут стать изменения внутренней структуры выработки из-за обрушения верхней кровли или слеживания накопившегося осадка, сезонное изменение гидрологического режима в регионе, а как следствие увеличение объема фильтрующихся грунтовых вод и другие факторы. При возникновении «залпового выброса» выработку, как и очистное сооружение, необходимо выводить из эксплуатации. Однако, во избежание экологической катастрофы из-за попадания накопленных токсичных примесей в грунтовые воды приходится продолжать откачку жидкости, что экономически невыгодно. Для решения этой проблемы было предложено бурить скважины, через которые под действием внутреннего давления жидкость будет двигаться самотеком. Однако такое решение не исключает возможность выброса вместе с потоком жидкости на поверхность накопленных примесей.

Обводненная выработка представляет собой «черный ящик», реальные измерения каких-либо параметров возможны лишь на входе и выходе. В связи с этим возникает необходимость в применении математического моделирования и численных экспериментов как инструментов для решения данной задачи.

При математическом моделировании рассматриваемых явлений особое внимание уделяется характеристикам рассматриваемых примесей. Так подаваемые в выработку промышленные стоки содержат разные по составу и свойствам примеси. В работах [5 – 7; 9 – 10] рассматривалась задача о течении и распространении только растворенных примесей. Однако в выработку могут попадать не только растворенные, но и нерастворенные примеси, большая часть которых оседает на дно. Часть же примесей может всплывать в жидкости под действием силы Архимеда, в дальнейшем будем называть их «легкими». Основное внимание в данной работе уделяется именно им.

Целью данной работы является построение и изучение математической модели течения и распространения нерастворенных «легких» примесей в области, моделирующей отработанную горную выработку, с истечением жидкости через проведенную скважину.

1. Математическая модель

Будем предполагать, что в отработанной горной выработке содержится некоторое количество нерастворенных «легких» примесей. Например, это могут быть остатки нефтепродуктов после эксплуатации горнотехнологического оборудования. Через верхний свод постоянно фильтруются грунтовые воды, которые считаем чистыми. Предполагаем, что выработка полностью обводнена, а «легкие» примеси поднимаются в жидкости, накапливаясь в полостях вдоль верхней кровли. Также будем считать, что частицы примеси могут распространяться в потоке жидкости и не влияют на течение, но способны оказать влияние на внутренние свойства жидкости (вязкая жидкость, идеальная стратифицированная или нестратифицированная жидкость). Концентрация рассматриваемых примесей не может превышать порогового значения единицы (это будет означать, что единица объема полностью занята примесью и не содержит жидкости).

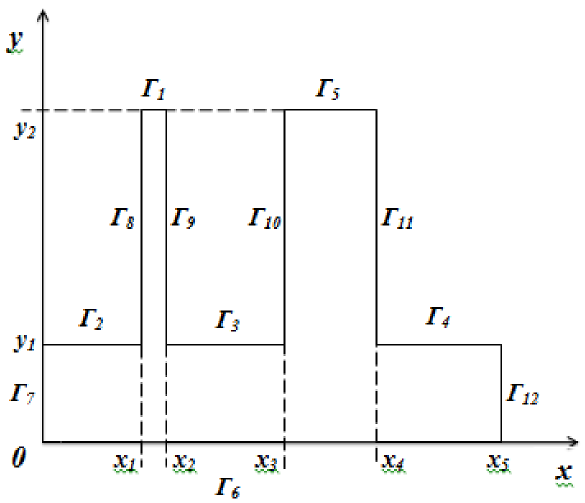

Рис. 1. ***Модель области решения***

Так как скорость движения жидкости в затопленной горной выработке мала, будем считать, что боковые стенки не оказывают существенного влияния на осаждение и подъем, поэтому будем рассматривать только двумерную модель.

Будем рассматривать модель области решения G, характерной для затопленной горной выработки прямоугольной формы с полостью вдоль верхней кровли и сливной трубой, определенной своей границей $\partial G = \bigcup_{i=1}^{12} \Gamma_i$.

Через границы Γ_2, Γ_3, Γ_4 в область решения поступают грунтовые воды, а через Γ_1 – вытекают (рис. 1). Вдоль Γ_5 накапливаются легкие примеси в полости. За Γ_i, $i = 6, \ldots, 12$, обозначены все непроницаемые границы.

Мы будем рассматривать две модели течения жидкости в области G. Первая – это течение вязкой однородной несжимаемой жидкости, описываемое системой уравнений Навье-Стокса, записанной в безразмерном виде в переменных «функция тока – вихрь» [13]:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = -u\frac{\partial \omega}{\partial x} - \upsilon\frac{\partial \omega}{\partial y} + \frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial y^2}\right), \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = -\omega. \quad (2)$$

Вторая – модель течения идеальной стратифицированной жидкости в приближении Буссинеска, описываемая уравнением Гельмгольца [2]:

$$\Delta\psi + k^2\psi = k^2 y. \quad (3)$$

Здесь $\vec{U}$ – вектор скорости, заданный своими компонентами u, υ, ω – вихрь, ψ – функция тока, $\mathrm{Re} = u_0 L/\nu$ – число Рейнольдса, ν – вязкость, $k = a/Fr^2$, $a = \partial\rho/\partial y$, $Fr = u_0\Big/\sqrt{gL\,\Delta\rho/\rho_0}$ – плотностное число Фруда, g – ускорение свободного падения, u_0 – характерная скорость, вычисляется как максимальная скорость входного потока, L – характерная длина, ρ – характерная плотность, $\Delta\rho$ – отклонение плотности от среднего значения ρ_0. Если $a = \partial\rho/\partial y = 0$, и тем самым $k = 0$, то жидкость является нестратифицированной. Течение такой жидкости является безвихревым.

Для уравнений (1) – (2) задаются следующие начальные и краевые условия. Физическая постановка задачи включает только условия на скорость. Будем считать объем фильтруемых грунтовых вод известным, следовательно, можно определить скорость истечения жидкости из трубы. Тогда для физических переменных можно поставить следующие начальную и краевую задачи:

$$u|_{t=0} = 0, \quad \upsilon|_{t=0} = 0;$$

$$\vec{U} = (u(t,x,y), \upsilon(t,x,y));$$

$$\bigcup_{i=1}^{4} \Gamma_i : \ u = 0, \ \ \upsilon = \upsilon_i(t,x,y); \qquad (4)$$

$$\bigcup_{i=5}^{12} \Gamma_i : \ u = 0, \ \ \upsilon = 0;$$

где $\upsilon_i(t,x,y)$, $i = 1...4$ – известные функции,

$V_0 < 0$ – характерная скорость фильтрации грунтовых вод.

Компоненты вектора скорости u, υ связаны с вихрем ω и функцией тока ψ соотношениями:

$$\omega = \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial \upsilon}{\partial x}, \ \ u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \ \ \upsilon = -\frac{\partial \psi}{\partial x}.$$

Учитывая (4), зададим ω, ψ на ∂G следующим образом [10]:

$$\omega|_{t=0} = 0, \ \ \omega|_{\partial G} = \left(\frac{\partial \upsilon}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right)_{\partial G}, \qquad (5)$$

$$\Gamma_1 : \ \frac{\partial \psi}{\partial y} = 0; \quad \bigcup_{i=2}^{12} \Gamma_i : \ \psi = \psi_i(t,x,y); \qquad (6)$$

где $\psi_i(t,x,y)$, $i = 1...12$ – известные функции, которые выбираются таким образом, чтобы выполнялось условие $\int\limits_{\partial G} \frac{\partial \psi}{\partial n} = 0$ [14].

Для уравнения (3) ставятся начальные и краевые условия вида (4), (6).

Для моделирования распространения примесей используется два уравнения переноса примеси [1], учитывающbe воздействие силы Архимеда и диффузии:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u\frac{\partial C}{\partial x} + (\upsilon - \upsilon_S)\frac{\partial C}{\partial y} = D \cdot \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} \right), \qquad (7)$$

с соответствующими начальными и граничными условиями:

$$C(0,x,y) = C_0(x,y);$$

$$\Gamma_1 : \ \frac{\partial C}{\partial y} = 0; \quad \Gamma_2 \cup \Gamma_3 \cup \Gamma_4 : \ C = 0;$$

$$\Gamma_5 \cup \Gamma_6 : \ \frac{\partial C}{\partial y} = \alpha_i C, \quad i = 1,2; \qquad (8)$$

$$\bigcup_{i=7}^{12} \Gamma_i : \ \frac{\partial C}{\partial n} = 0.$$

Здесь $C_0(t,x,y)$ – заданная функция, определенная на границе ∂G,

$C = C(t,x,y)$ – концентрация примеси,

υ_S – скорость всплытия примеси, характеризует массу поднимающихся частиц,

D – коэффициент диффузии,

α_1 – коэффициент, определяющий интенсивность аккумуляции примеси у верхней кровли,

α_2 – коэффициент, определяющий интенсивность отталкивания примеси от дна.

Считаем, что если концентрация накопленных вдоль верхней кровли примесей достигает порогового значения $C^* < 1$, то дальнейшее накопление будет проходить в приграничных слоях.

2. Методы решения и результаты расчетов

Поставленные дифференциальные задачи решаются методом сеток. Задачи (1) – (2), (4) – (6); (3), (4), (6) и (7), (8) аппроксимируются обычным образом на разностной, согласованной с границей сетке с шагом h_x, h_y по пространственным переменным и шагом τ по времени [15].

Уравнение переноса вихря и уравнение переноса примеси решаются неявной схемой стабилизирующих поправок [14].

Разностное уравнение Пуассона для функции тока решается методом минимальных невязок неполной аппроксимации с параметром – матрицей с использованием покомпонентной и глобальной оптимизации итерационных параметров [4; 8].

Приводятся результаты решения поставленных задач, которые характеризуют процесс течения, распространения и накопления всплывающих примесей. Решение осуществляется в два этапа: сначала решается задача (1) – (2), (4) – (6) или (3), (4), (6) и тем самым находятся компоненты вектора скорости, на втором этапе решается задача (7), (8) и получаются картины распространения примесей в канале.

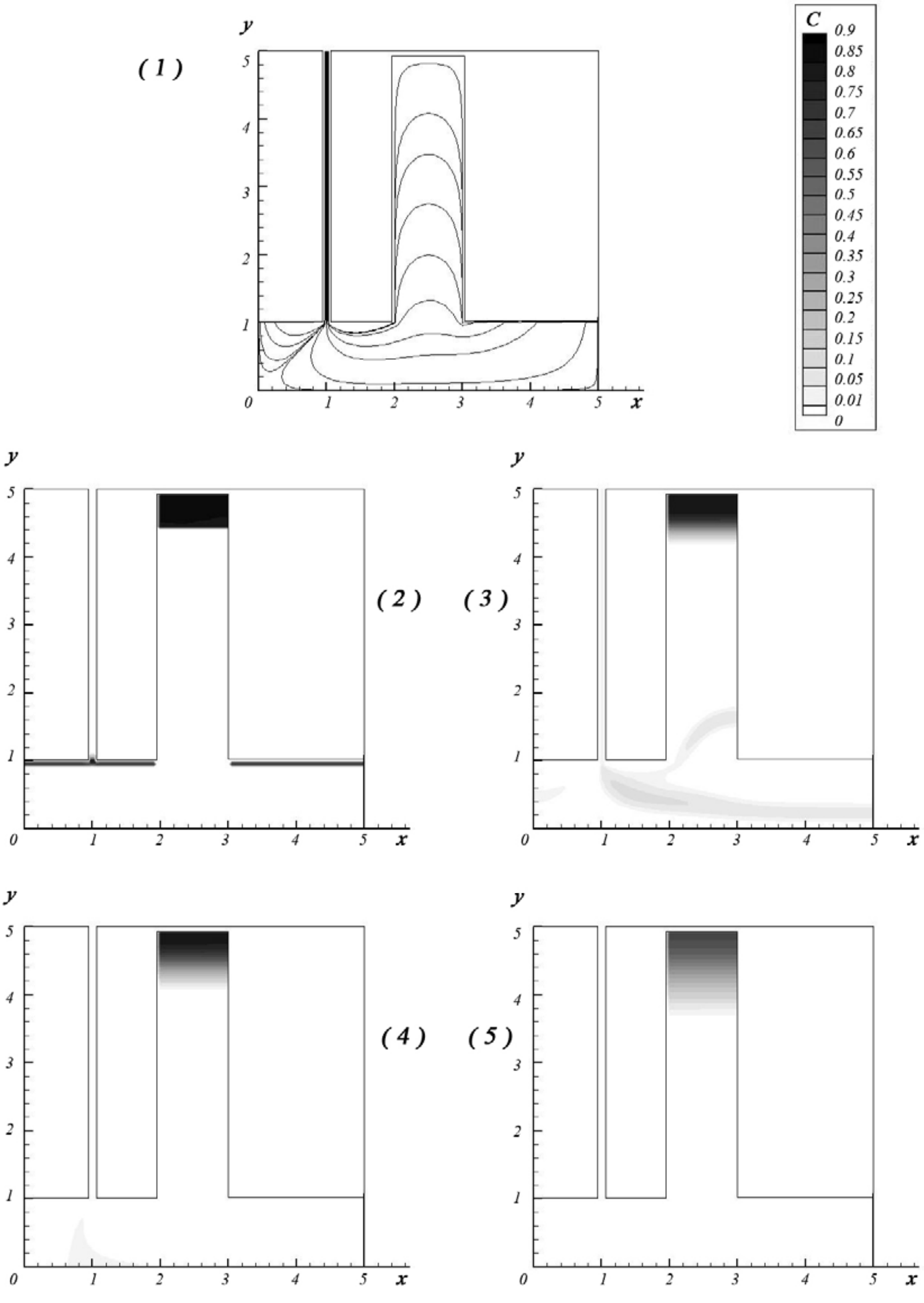

Рис. 2. ***Распространение всплывающих примесей в потоке идеальной нестратифицированной жидкости при D = 0,001, vs = 0,1, h = 0,05, ширина трубы = 0,1, скорость разбавления через кровлю шахты равна 0,2, коэффициент стратификации равен 0, 1) течение жидкости, 2) – 5) динамика всплывания примеси во времени: 2) t = 0, 3) t = 10, 4) t = 20, 5) t =80***

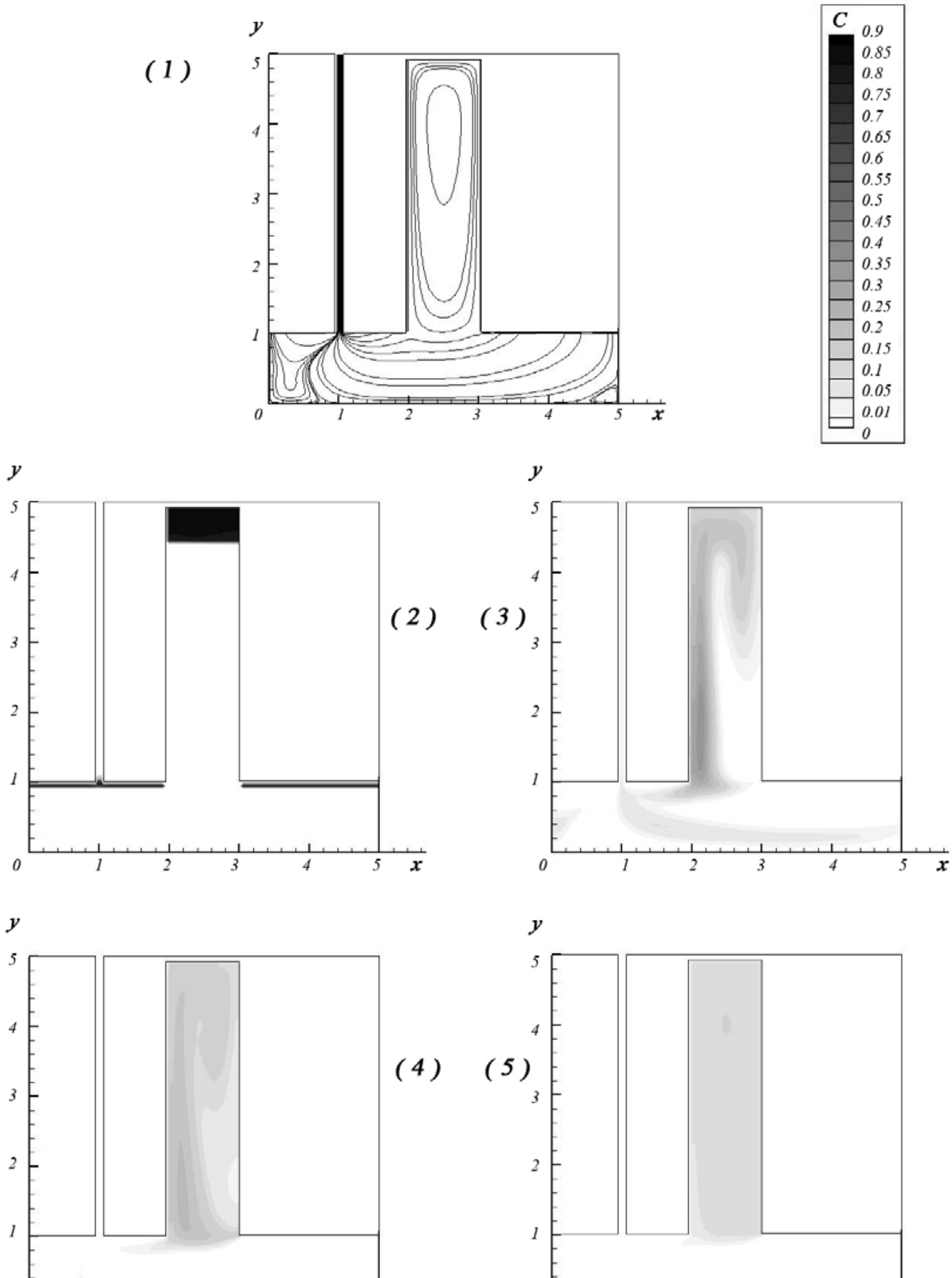

Рис. 3. ***Распространение всплывающих примесей в потоке идеальной стратифицированной жидкости при $D = 0{,}001$, $v_s = 0$, $h = 0{,}05$, ширина трубы = 0,1, скорость разбавления через кровлю шахты равна 0,2, коэффициент стратификации равен 1, 1) течение, 2) – 5) динамика всплывания примеси: 2) $t = 0$, 3) $t = 10$, 4) $t = 20$, 5) $t = 80$***

Выбор модели жидкости оказывает существенное влияние на характер течения и распространения всплывающих примесей. Так, течение нестратифицированной жидкости является безвихревым. Накопленная примесь размывается потоком жидкости и, распространяясь вдоль линий тока, со временем выходит из области решения (рис. 2). Если же рассматриваемая жидкость будет стратифицированной, то накопленные примеси под влиянием образовавшегося вихря будут перемещаться по каверне. Постепенно их концентрация уменьшается, и они также полностью вымываются из области решения (рис. 3).

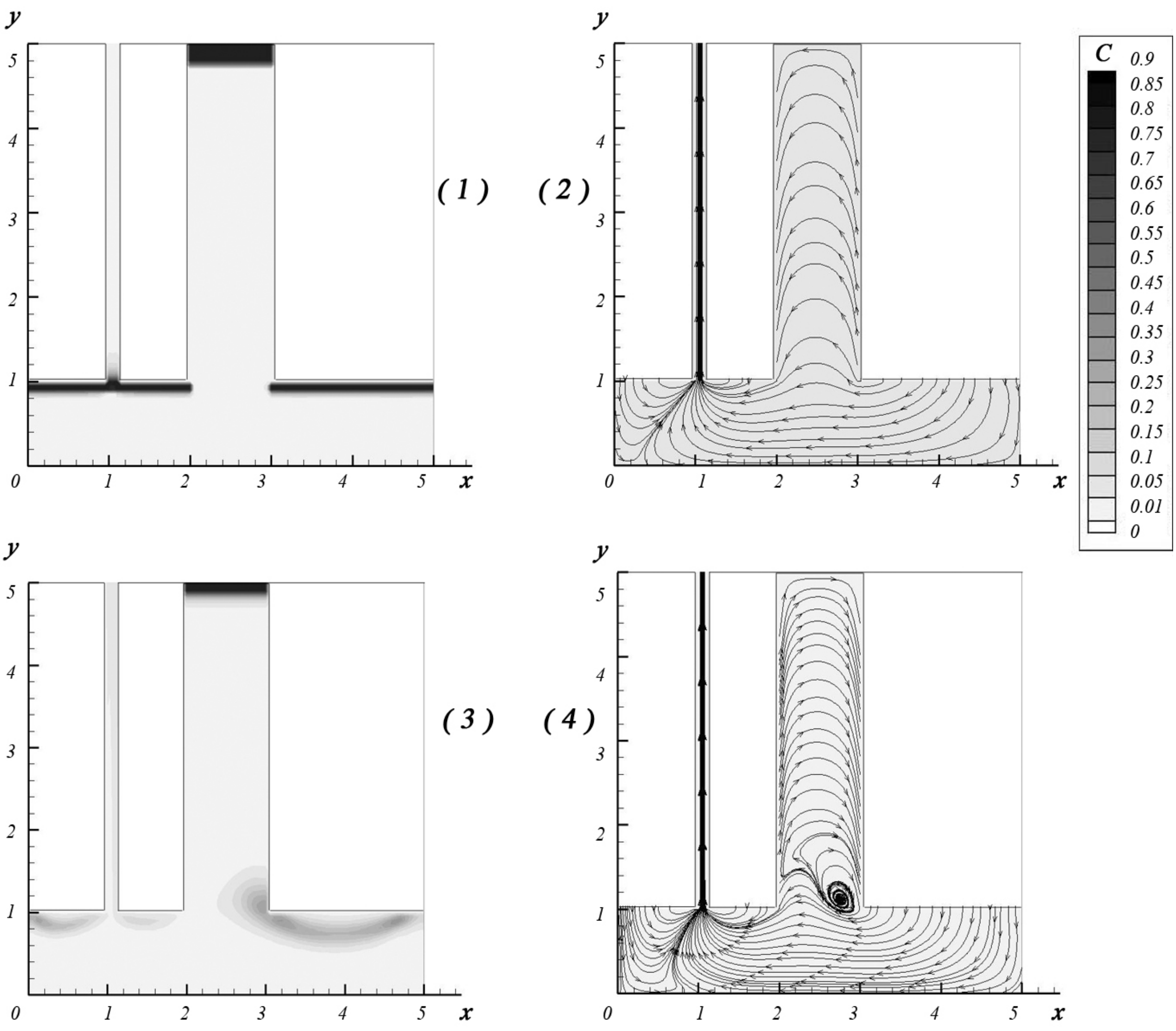

Рис. 4. ***Распространение всплывающих примесей в потоке вязкой однородной несжимаемой жидкости при D = 0,001, vs = 0,1, h = 0,05, ширина трубы = 0.1, скорость разбавления через кровлю шахты равна 0,2, коэффициент Рейнольдса равен 400. На рисунках слева – динамика распространения примеси, на рисунках справа – течение жидкости. 1) – 2)*** t ***= 0, 3) – 4)*** t ***= 2,5***

Задача о течении вязкой однородной несжимаемой жидкости является эволюционной, поэтому приходится находить компоненты вектора скорости на каждом слое по времени (рис. 4 – 5). Течение такой жидкости является вихревым, по мере его развития в каверне образуются запирающие вихри. Как и в случае идеальной жидкости, примеси распространяются вдоль линий тока и выносятся из области решения. Накопленные в каверне примеси почти полностью размываются потоком жидкости. Однако благодаря вихрям незначительная их доля затягивается в каверну и всплывает.

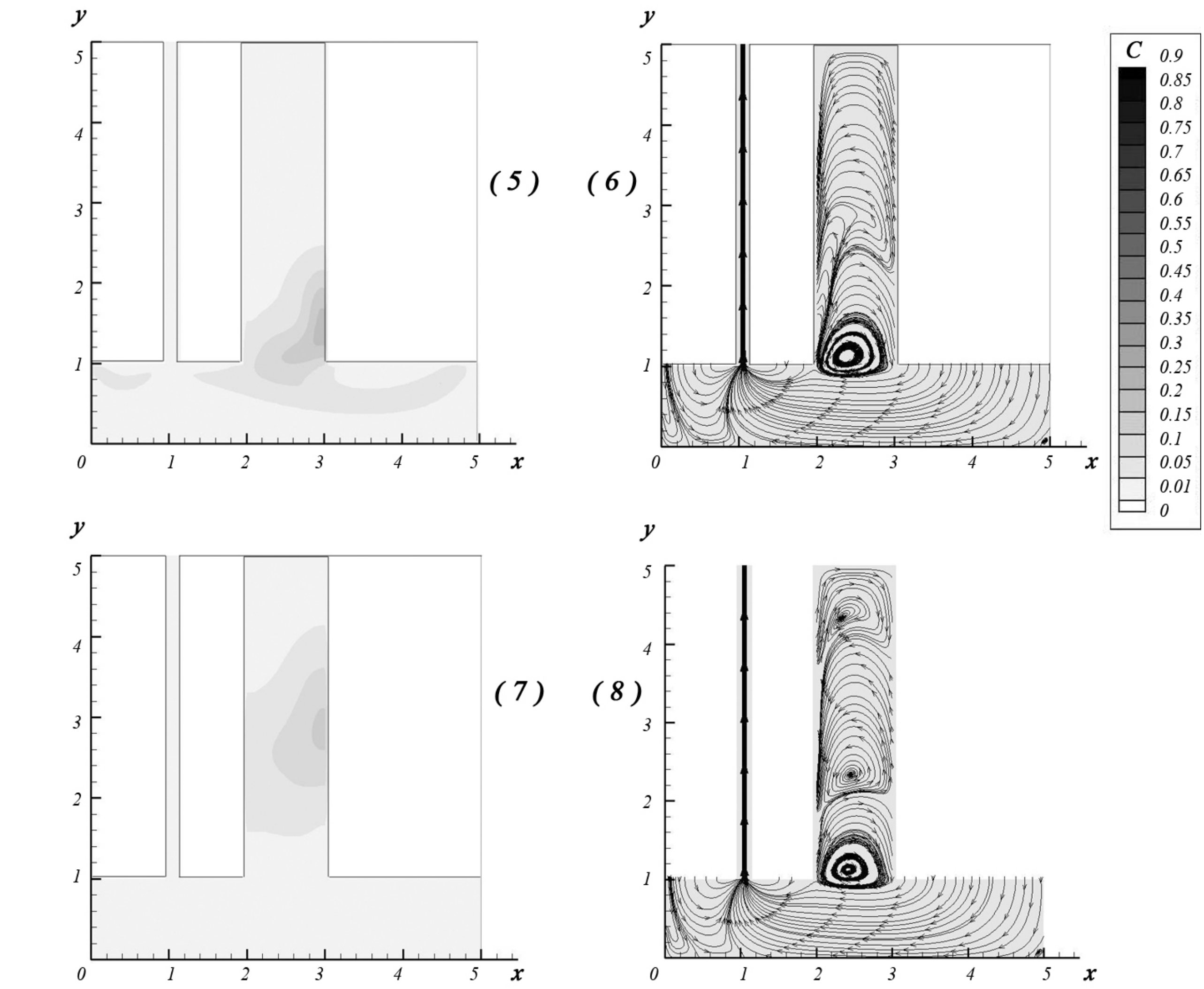

Рис. 5. ***Распространение всплывающих примесей в потоке вязкой однородной несжимаемой жидкости при D = 0,001, v_s = 0,1, h = 0,05, ширина трубы = 0,1, скорость разбавления через кровлю шахты равна 0,2, коэффициент Рейнольдса равен 400. На рисунках слева – динамика распространения примеси, на рисунках справа – течение жидкости. 1) – 2) t = 10, 3) – 4) t = 30***

Таким образом, проделанные расчёты позволяют сделать следующие выводы.

Первое, рассматриваемая модель позволяет исследовать процесс течения и распространения нерастворенных поднимающихся примесей, выбирая характеристики жидкости (вязкость и стратификация) и изменяя внутренние свойства примеси, оперируя конечным набором параметров (скорость всплытия, диффузия, интенсивность накопления и др.).

Второе, независимо от выбора модели течения жидкости, накопленные всплывающие примеси, распространяясь вдоль линий тока, покидают область решения. Каверна не оказывает существенного влияния на «удержание» примесей внутри. В случае вязкой жидкости образующиеся вихри могут способствовать дополнительному «удержанию» примеси, однако данный эффект незначителен.

Третье, при проведении в отработанную горную выработку скважины через нее будут вытекать поднимающиеся накопленные примеси. Поэтому необходимо обеспечить дополнительную очистку стоков во избежание экологической катастрофы.

Литература

1. Белолипецкий В. М., Костюк В. Ю., Шокин Ю. И. Математическое моделирование в задачах охраны окружающей среды. Новосибирск: Инфолио-пресс, 1997.

2. Белолипецкий В. М., Костюк В. Ю., Шокин Ю. И. Математическое моделирование течений стратифицированной жидкости. Новосибирск: Наука, 1991.

3. Ельчанинов Е. А., Беляев Е. В., Весков М. И., Верменчук И. П. Охрана окружающей среды при подземной разработке угольных месторождений. М.: Наука, 1995. 240 с.

4. Захаров Ю. Н. Градиентные итерационные методы решения задач гидродинамики. Новосибирск: Наука, 2004. 239 с.

5. Захаров Ю. Н., Потапов В. П., Счастливцев Е. Л., Чирюкина А. В. Моделирование распространения загрязняющих веществ в затопленных горных выработках // Вестник НГУ. 2009. Т. 7. Вып. 4. С. 66 – 72. (Серия: Информационные технологии).

6. Захаров Ю. Н., Потапов В. П., Счастливцев Е. Л., Чирюкина А. В. Моделирование распространения примесей в затопленных горных выработках: монография. Кемерово, 2013. 96 с.

7. Захаров Ю. Н., Счастливцев Е. Л., Чирюкина А. В. Течение идеальной жидкости в закрытых водоемах // Вычислительные технологии. 2008. Т. 13. Спец. вып. 2. С. 21 – 27.

8. Захаров Ю. Н., Толстых М. А. Многопараметрическая оптимизация итерационных схем решения уравнений с полиномиальной нелинейностью // Моделирование в механике. Новосибирск, 1990. Т. 4(21). № 1. С. 109 – 114.

9. Захаров Ю. Н., Чирюкина А. В. Итерационный метод определения течения стратифицированной жидкости в проточном водоеме // Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики: материалы V всероссийской научной конференции. 2006. С. 511 – 512.

10. Захаров Ю. Н., Чирюкина А. В. Течение жидкости в подземных полостях с учетом фильтрации через стенки // Инновационные недра Кузбасса. IT-технологии: сборник научных трудов. 2007. С. 305 – 309.

11. Красавин А. П. У истоков отраслевой экологии. Пермь: Золотой город, 2001. 268 с.

12. Лесин Ю. В., Скрынник Л. С. Охрана и рациональное использование водных ресурсов при разработке угольных месторождений Кузбасса. Кемерово: Кузбассвузиздат, 2008.

13. Лойцянский Л. В. Механика жидкости и газа. М.: Наука, 1987.

14. Роуч П. Вычислительная гидродинамика. М.: Мир, 1980.

15. Самарский А. А., Николаев Е. С. Методы решения сеточных уравнений. М.: Наука, 1978. 592 с.

16. Яненко Н. Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики. Новосибирск: Наука, 1967.

Информация об авторах:

Бондарева Любовь Васильевна – ассистент кафедры вычислительных технологий математического факультета КемГУ, l.v.kemerova@mail.ru.

Luibov V. Bondareva – Assistant at the Department of Computing Technologies, Kemerovo State University.

Гурских Маргарита Александровна – магистр направления прикладной математики и информатики КемГУ, mtorig@gmail.com.

Margarita A. Gurskih – Master's Degree student at Kemerovo State University.

(**Научный руководитель** – ***Л. В. Бондарева***)

Захаров Юрий Николаевич – доктор физико-математических наук, профессор, зав. кафедрой вычислительной математики математического факультета КемГУ, zaxarovyn@rambler.ru.

Yuri N. Zakharov – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of the Department of Computational Mathematics, Kemerovo State University.